

Jean-François Agassant  
Pierre Avenas  
Jean-Philippe Sergent  
Bruno Vergnes  
Michel Vincent

Mise en forme

4<sup>e</sup> édition

des **polymères**

Approche thermomécanique de la plasturgie

# Table des matières

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| Préface .....                         | III |
| Préface à la précédente édition ..... | V   |
| Présentation et remerciements .....   | VI  |
| Sigles et abréviations .....          | IX  |
| Introduction .....                    | 1   |

## Chapitre 1

### Rappels de mécanique des milieux continus

|   |    |
|---|----|
| 1. Déformation et vitesse de déformation .....                                | 9  |
| 1.1. Tenseur des déformations .....   | 9  |
| 1.2. Tenseur des vitesses de déformation .....                                | 13 |
| 1.3. Équation de continuité .....   | 14 |
| 1.4. Exercices .....  | 15 |
| 2. Contraintes et équilibre des forces .....                                  | 21 |
| 2.1. Tenseur des contraintes .....  | 21 |
| 2.2. Équilibre dynamique .....  | 25 |
| 2.3. Exercices .....  | 27 |
| 3. Équations générales de la mécanique .....                                  | 29 |
| 3.1. Cas général .....  | 29 |
| 3.2. Cas de l'incompressibilité .....   | 29 |
| 3.3. Problème plan .....  | 30 |
| 3.4. Exercice : forme du tenseur des contraintes en cisaillement simple ..... | 30 |

|  |    |
|--|----|
| Annexe 1 : Formulaire .....              | 32 |
| Annexe 2 : Invariants d'un tenseur ..... | 36 |

## *Chapitre 2*

### **Comportement rhéologique des polymères fondus**

|  |     |
|--|-----|
| 1. Viscosité : les équations de l'écoulement newtonien .....   | 39  |
| 1.1. Expériences de base du comportement newtonien .....   | 39  |
| 1.2. Généralisation à trois dimensions .....   | 41  |
| 1.3. Ordres de grandeur des forces mises en jeu .....  | 42  |
| 1.4. Équations de Navier-Stokes. ....  | 44  |
| 1.5. Exercices .....   | 45  |
| 2. Comportement pseudo-plastique (ou rhéofluidifiant) .....  | 53  |
| 2.1. Description phénoménologique. ....  | 53  |
| 2.2. Lois de comportement à une dimension. ....  | 55  |
| 2.3. Explication physique de la pseudo-plasticité des polymères. ....  | 56  |
| 2.4. Lois de comportement à trois dimensions. ....   | 57  |
| 2.5. Application de la loi puissance à des écoulements simples .....   | 58  |
| 2.6. Exercices sur le comportement en loi puissance. ....  | 60  |
| 3. Comportement des produits chargés .....   | 66  |
| 3.1. Comportement rhéologique des suspensions .....  | 66  |
| 3.2. Comportement de fluide à seuil .....  | 74  |
| 3.3. Exercice : écoulement de Poiseuille d'un fluide à seuil dans un tube ..                                 | 76  |
| 4. Comportement viscoélastique. ....   | 77  |
| 4.1. Phénomènes physiques .....  | 77  |
| 4.2. Viscoélasticité linéaire et modèle de Maxwell .....   | 81  |
| 4.3. Différence de contraintes normales en cisaillement simple. ....   | 86  |
| 4.4. Interprétation du gonflement en sortie de filière .....   | 89  |
| 4.5. Modèle de Maxwell convecté. ....  | 91  |
| 4.6. Nombres adimensionnels viscoélastiques .....  | 93  |
| 4.7. Quelques interprétations physiques du comportement viscoélastique<br>des polymères à l'état fondu. .... | 94  |
| 4.8. Quelques lois de comportement viscoélastiques .....   | 97  |
| 4.9. Exercices sur la loi de comportement de Maxwell .....   | 100 |
| 5. Mesure du comportement rhéologique des polymères fondus .....   | 113 |
| 5.1. Rhéomètre capillaire, mesures de viscosité .....  | 113 |
| 5.2. Rhéomètre filière plate. ....   | 124 |
| 5.3. Le problème du glissement à la paroi .....  | 126 |
| 5.4. Rhéomètre cône-plan .....   | 128 |
| 5.5. Rhéomètre plan-plan parallèle. ....   | 136 |
| 5.6. Rhéométrie élongationnelle. ....  | 137 |
| 5.7. Notions de rhéo-optique. ....   | 142 |
| 5.8. Perspectives .....  | 148 |
| Annexe 1 : Physique de la viscosité .....  | 149 |

|   |     |
|---|-----|
| Annexe 2 : Une approche de la viscoélasticité : le modèle de l'altère élastique ..... | 157 |
| Annexe 3 : Dérivation particulaire et dérivation convective .....                     | 166 |
| Annexe 4 : Correction de Rabinowitsch .....   | 171 |
| Annexe 5 : Écoulement d'un fluide viscoélastique en géométrie cône-plan ..            | 172 |
| Annexe 6 : Formulaire pour les principaux écoulements simples .....                   | 177 |

### Chapitre 3

#### Thermique et échanges de chaleur dans les procédés

|   |     |
|---|-----|
| 1. Notions de base de la thermique. ....  | 185 |
| 1.1. Premier principe de la thermodynamique .....   | 185 |
| 1.2. Expression du taux de chaleur reçu par le système .....                                  | 186 |
| 1.3. Expression de la puissance des efforts intérieurs .....                                  | 186 |
| 1.4. Équation de l'énergie .....  | 188 |
| 1.5. Expression de l'énergie interne-équation de la chaleur. ....                             | 189 |
| 1.6. Conditions aux limites. ....   | 192 |
| 1.7. Résolution de l'équation de la chaleur. ....   | 197 |
| 2. Problèmes de refroidissement ou de chauffage (dans un moule, dans l'air, dans l'eau) ..... | 197 |
| 2.1. Problèmes posés. ....  | 197 |
| 2.2. Équation de la chaleur .....   | 199 |
| 2.3. Profondeur de pénétration de la chaleur .....  | 200 |
| 2.4. Température d'interface .....  | 202 |
| 2.5. Refroidissement (échauffement) d'une plaque .....  | 206 |
| 3. Thermique dans les écoulements de polymères. ....  | 212 |
| 3.1. Importance de la puissance dissipée : le nombre de Brinkman .....                        | 212 |
| 3.2. Notion de régime thermique .....   | 213 |
| 3.3. Équations du problème. ....  | 214 |
| 3.4. Régime d'équilibre .....   | 216 |
| 3.5. Régime adiabatique .....   | 220 |
| 3.6. Régime transitoire dans le cas newtonien. ....   | 221 |
| 3.7. Régime transitoire avec un fluide en loi puissance. ....                                 | 228 |
| 3.8. Comparaison avec une solution exacte .....   | 228 |
| 3.9. Application à d'autres géométries d'écoulement. ....                                     | 234 |
| 3.10. Exemple d'application .....   | 237 |
| 3.11. Conclusion. ....  | 240 |
| Annexe 1 : Échanges de chaleur par convection .....   | 241 |
| Annexe 2 : Échanges de chaleur par rayonnement .....  | 252 |
| Annexe 3 : Expression de l'énergie interne pour les matériaux compressibles ..                | 257 |

### Chapitre 4

#### Méthodes d'approximation et méthodes de calcul

|   |     |
|---|-----|
| 1. Équations d'un problème de mise en forme des polymères .....                   | 261 |
| 2. Approximations concernant le choix de la loi de comportement rhéologique. .... | 263 |

|  |     |
|--|-----|
| 3. Choix des conditions aux limites . . . . .  | 265 |
| 3.1. Conditions aux limites concernant le champ de vitesse . . . . .   | 265 |
| 3.2. Conditions aux limites concernant le transfert thermique . . . . .  | 266 |
| 3.3 Conditions d'entrée . . . . .  | 266 |
| 3.4 Conditions de sortie . . . . .   | 267 |
| 4. Méthodes d'approximation . . . . .  | 267 |
| 4.1. Approximations concernant la géométrie de l'écoulement . . . . .  | 267 |
| 4.2. Approximations concernant la cinématique . . . . .  | 268 |
| 4.3. Approximations concernant la température . . . . .  | 275 |
| 4.4. Conclusion et exemple d'application . . . . .   | 276 |
| 4.5. Exercices . . . . .   | 278 |
| 5. Mécanismes de mise en pression des polymères fondus : les patins hydrodynamiques . . . . .                  | 282 |
| 5.1. Préambule . . . . .   | 282 |
| 5.2. Analyse qualitative de quelques patins hydrodynamiques . . . . .  | 283 |
| 5.3. Analyse du mécanisme de mise en pression créé par un rétrécissement brusque (patin de Rayleigh) . . . . . | 285 |
| 5.4. Calcul de l'écoulement dans un patin hydrodynamique d'entrefer variable : équation de Reynolds . . . . .  | 286 |
| 5.5. Exercice : le patin de Reynolds . . . . .   | 287 |
| 6. Méthodes de calcul . . . . .  | 288 |
| 6.1. Méthodes de calcul et type d'écoulement . . . . .   | 288 |
| 6.2. Résolution des écoulements unidirectionnels : méthode des tranches (ou incrémentale) . . . . .            | 291 |
| 6.3 Résolution des équations de Hele-Shaw . . . . .  | 292 |
| 6.4 Résolution des écoulements visqueux 2D et 3D par la méthode des éléments finis . . . . .                   | 296 |
| 6.5. Calcul des écoulements viscoélastiques isothermes . . . . .   | 301 |
| Annexe 1 : Analyse des approximations de la lubrification hydrodynamique . . . . .                             | 304 |

## *Chapitre 5*

### **Extrusion monovis et écoulements en filière**

|   |     |
|---|-----|
| 1. Extrusion monovis . . . . .                                      | 313 |
| 1.1. Description géométrique et cinématique . . . . .               | 313 |
| 1.2. Zone d'alimentation . . . . .                                  | 320 |
| 1.3. Zone de fusion . . . . .                                       | 332 |
| 1.4. Zone de mise en pression . . . . .                             | 350 |
| 1.5. Modèle d'ensemble de l'extrusion monovis . . . . .             | 372 |
| 1.6. Exercices . . . . .  | 378 |
| 2. Filières d'extrusion . . . . .                                   | 390 |
| 2.2. Description des géométries rencontrées . . . . .               | 390 |
| 2.3. Rappels sur les hypothèses et les méthodes de calcul . . . . . | 394 |
| 2.4. Exemples de résultats . . . . .                                | 394 |
| 2.5. Conclusion . . . . .   | 415 |

|  |     |
|--|-----|
| 2.6. Exercices .....   | 415 |
| 3. Écoulements multimatières .....   | 420 |
| 3.1. Intérêt des écoulements multimatières et problèmes rencontrés .....                             | 420 |
| 3.2. Étude de l'écoulement stationnaire de deux fluides visqueux entre deux plaques parallèles ..... | 423 |
| 3.3. Procédé de coextrusion en filière plate .....   | 428 |
| 3.4. Exercices .....   | 436 |
| Annexe 1 : Calcul de la vitesse d'avancée du solide en extrusion monovis .....                       | 439 |

## *Chapitre 6*

### **Extrusion bivis et applications**

|  |     |
|--|-----|
| 1. Description générale du procédé d'extrusion bivis .....                                   | 445 |
| 1.1. Différents types d'extrudeuses bivis .....  | 445 |
| 1.2. Différents types d'écoulement .....   | 446 |
| 1.3. Spécificités de l'extrusion bivis .....   | 448 |
| 1.4. Géométrie de la vis et du fourreau .....  | 449 |
| 1.5. Approximations classiques .....   | 454 |
| 1.6. Différentes approches de la modélisation .....  | 455 |
| 1.7. Extrudeuse de référence .....   | 455 |
| 2. Convoyage solide et fusion .....  | 456 |
| 2.1. Zone de convoyage solide .....  | 456 |
| 2.2. Zone de fusion .....  | 459 |
| 3. Écoulement à l'état fondu .....   | 463 |
| 3.1. Éléments de vis à pas direct ou inverse .....   | 464 |
| 3.2. Éléments de mélange .....   | 473 |
| 4. Modèle d'ensemble de l'extrusion bivis .....  | 482 |
| 4.1. Description générale .....  | 482 |
| 4.2. Distribution des temps de séjour .....  | 484 |
| 4.3. Exemple de résultats .....  | 489 |
| 5. Application à la réalisation de mélanges de polymères .....                               | 493 |
| 5.1. Mécanismes élémentaires .....   | 494 |
| 5.2. Mise en place de la modélisation le long de l'extrudeuse et exemples de résultats ..... | 498 |
| 6. Application aux opérations de compoundage .....   | 501 |
| 6.1. Différents types de mélange .....   | 501 |
| 6.2. Mélange distributif .....   | 502 |
| 6.3. Mélange dispersif : application à la réalisation de nanocomposites .....                | 505 |
| 7. Application à l'extrusion réactive .....  | 513 |
| 8. Optimisation et extrapolation .....   | 521 |
| 9. Conclusion .....  | 523 |
| 10. Exercice : modèle simplifié d'un élément malaxeur .....                                  | 523 |

## *Chapitre 7*

### **Injection**

|  |     |
|--|-----|
| 1. Présentation . . . . .  | 533 |
| 2. Phase de remplissage . . . . .  | 538 |
| 2.1. Spécificités de la phase de remplissage . . . . .                   | 538 |
| 2.2. Principales hypothèses et équations du problème . . . . .           | 538 |
| 2.3. Écoulements unidirectionnels . . . . .                              | 540 |
| 2.4. Modèles de type « couche mince » ou modèles de Hele-Shaw . . . . .  | 552 |
| 2.5. Calculs 3D . . . . .  | 557 |
| 3. Phases de compactage et de maintien . . . . .                         | 561 |
| 3.1. Introduction . . . . .  | 561 |
| 3.2. Calcul simplifié de la phase de compactage . . . . .                | 563 |
| 3.3. Données physiques pour les calculs de compactage/maintien . . . . . | 565 |
| 3.4. Calcul . . . . .  | 567 |
| 3.5. Conclusion . . . . .  | 572 |
| 4. Contraintes et déformations résiduelles . . . . .                     | 572 |
| 4.1. Introduction . . . . .  | 572 |
| 4.2. Phénomènes physiques principaux . . . . .                           | 573 |
| 4.3. Mesure des contraintes résiduelles . . . . .                        | 577 |
| 4.4. Calcul des contraintes résiduelles . . . . .                        | 579 |
| 5. Procédés d'injection non standard . . . . .                           | 579 |
| 5.1. Injection assistée par gaz (IAG) . . . . .                          | 579 |
| 5.2. Injection assistée par eau (IAE) . . . . .                          | 581 |
| 5.3. Injection multimatière . . . . .                                    | 582 |
| 6. Injection de polymères renforcés de fibres courtes . . . . .          | 585 |
| 7. Conclusion . . . . .  | 587 |
| 8. Exercice . . . . .  | 588 |
| 8.1. Remplissage d'un disque par le centre . . . . .                     | 588 |
| 8.2. Equilibrage d'un moule multi-empainte . . . . .                     | 591 |

## *Chapitre 8*

### **Calandrage**

|   |     |
|---|-----|
| 1. Introduction . . . . .   | 601 |
| 2. Calandrage traditionnel . . . . .  | 601 |
| 2.1. Présentation du calandrage . . . . .   | 601 |
| 2.2. Problèmes du calandrage . . . . .  | 603 |
| 2.3. Intérêt d'une modélisation du calandrage . . . . .   | 604 |
| 2.4. Cinématique du calandrage . . . . .  | 605 |
| 2.5. Modèle newtonien isotherme reposant sur les approximations de la<br>lubrification hydrodynamique . . . . . | 608 |
| 2.6. Modèles newtoniens plus généraux . . . . .   | 611 |
| 2.7. Modèle pseudo-plastique du calandrage . . . . .  | 616 |
| 2.8. Phénomènes thermiques . . . . .  | 620 |
| 2.9. Utilisation des modèles de calandrage . . . . .  | 623 |

|  |     |
|--|-----|
| 3. Calandrage de finition . . . . .  | 625 |
| 3.1. Présentation . . . . .  | 625 |
| 3.2. Modélisation du procédé . . . . .   | 626 |
| Annexe 1 : Calcul bidimensionnel de l'écoulement dans le bourrelet par une méthode d'éléments finis. . . . . | 630 |

## *Chapitre 9*

### **Procédés comportant un étirage**

|  |     |
|--|-----|
| 1. Généralité . . . . .  | 635 |
| 2. Filage textile . . . . .  | 635 |
| 2.1. Différentes situations de filage textile. . . . .   | 635 |
| 2.2. Étirage d'un fluide newtonien isotherme . . . . .   | 637 |
| 2.3 Étirage d'un fluide viscoélastique isotherme . . . . .   | 642 |
| 2.4. Étirage d'un fluide visqueux dans des conditions non-isothermes avec prise en compte des forces de masse et d'inertie . . . . . | 648 |
| 2.5. Vers un modèle plus général du filage textile . . . . .   | 655 |
| 3. Notions de biétirage . . . . .  | 656 |
| 3.1. Introduction . . . . .  | 656 |
| 3.2. Notion de biétirage d'une éprouvette fluide newtonienne . . . . .   | 656 |
| 4. Procédés d'extrusion de film à plat. . . . .  | 657 |
| 4.1. Présentation . . . . .  | 657 |
| 4.2. Différentes approches cinématiques . . . . .  | 659 |
| 4.3. Modèle 1D newtonien . . . . .   | 661 |
| 4.4. Modèle membrane 1D . . . . .  | 662 |
| 4.5. Modèles membrane 2D . . . . .   | 669 |
| 4.6. Conclusion . . . . .  | 674 |
| 4.7. Exercices . . . . .   | 674 |
| 5. Procédé de soufflage de gaine . . . . .   | 677 |
| 5.1. Description du procédé . . . . .  | 677 |
| 5.2. Géométrie de la bulle . . . . .   | 680 |
| 5.3. Équations du soufflage de gaine . . . . .   | 681 |
| 5.4. Modèle newtonien non-isotherme . . . . .  | 686 |
| 5.5. Modèle viscoélastique non isotherme . . . . .   | 689 |
| 5.6. Modèle semi-empirique du soufflage de gaine . . . . .   | 693 |
| 5.7. Conclusion . . . . .  | 694 |
| 6. Fabrication de corps creux . . . . .  | 695 |
| 6.1. Différents procédés de soufflage . . . . .  | 695 |
| 6.2. Procédé d'extrusion-soufflage . . . . .   | 697 |
| 6.3. Procédé d'injection-soufflage-biétirage . . . . .   | 709 |
| 6.4. Conclusion . . . . .  | 713 |
| 6.5. Exercices . . . . .   | 714 |
| Annexe 1 : Résolution des équations du cast-film isotherme . . . . .   | 722 |
| Annexe 2 : Refroidissement des films dans l'air ou dans l'eau . . . . .  | 728 |
| Annexe 3 : Résolution des équations du soufflage de gaine (André, 1999) . .  | 736 |

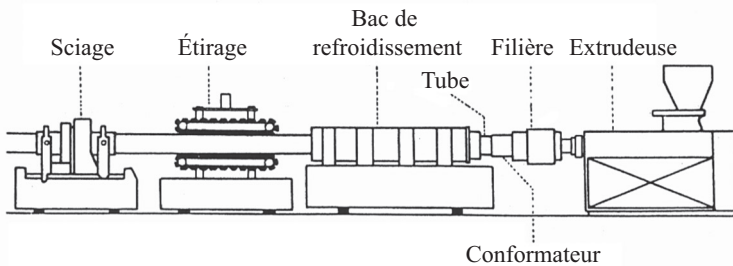


*Chapitre 10***Instabilités d'écoulement**

|   |     |
|---|-----|
| 1. Instabilités d'extrusion .....   | 749 |
| 1.1. Description des différents défauts observés en rhéométrie capillaire | 749 |
| 1.2. Défauts d'extrusion des polymères linéaires .....                    | 752 |
| 1.3. Défauts d'extrusion des polymères ramifiés .....                     | 781 |
| 1.4. Synthèse et perspectives .....                                       | 792 |
| 2. Instabilités de coextrusion .....                                      | 793 |
| 2.1. Études expérimentales des instabilités de coextrusion .....          | 793 |
| 2.2. Modélisation des instabilités de coextrusion .....                   | 797 |
| 2.3. Conclusion .....   | 804 |
| 3. Défauts du procédé de calandrage .....                                 | 805 |
| 3.1. Différents types de défauts .....                                    | 805 |
| 3.2. Interprétation du défaut de « matage » .....                         | 807 |
| 3.3. Interprétation du défaut de « chevrons » .....                       | 808 |
| 3.4. Interprétation du défaut de « fusées » .....                         | 810 |
| 3.5. Conclusion .....   | 812 |
| 4. Instabilités d'étirage .....   | 813 |
| 4.1. Description des instabilités d'étirage .....                         | 813 |
| 4.2. Modélisation de l'instabilité en filage textile .....                | 819 |
| 4.3. Modélisation de l'instabilité en étirage de film à plat .....        | 824 |
| 4.4. Modélisation des instabilités en soufflage de gaine .....            | 828 |
| 4.5. Conclusion .....   | 831 |
| Index .....   | 839 |

## *Extrusion monovis et écoulements en filière*

L'extrusion est de loin le plus important des procédés de mise en forme des polymères. Procédé continu fondé sur un système vis-fourreau, l'extrusion est utilisée pour fabriquer des produits finis ou des semi-produits (films, plaques, tubes, profilés, isolations de câbles...) par passage à travers une filière (figure 5.1), mais également pour des étapes de granulation, de compoundage ou de polymérisation. Du point de vue du transformateur, l'extrusion arrive largement en tête devant l'injection et les autres procédés avec 7,9 millions de tonnes de matières consommées (Europe occidentale, chiffres 2002). Encore faut-il préciser que, dans la plupart des autres procédés (injection, calandrage...), la phase de fusion des granulés et de mise en pression est très souvent assurée par un système vis-fourreau.



**Figure 5.1.** Schéma d'une ligne d'extrusion de tubes.

Sous le vocable d'extrusion sont en fait regroupés des procédés qui peuvent être très différents. Nous parlerons dans ce chapitre de l'extrusion monovis, dans laquelle une vis de type Archimède tourne à l'intérieur d'un fourreau cylindrique et, dans le chapitre suivant, de l'extrusion bivis, dans laquelle deux vis, plus ou moins interpénétrées, tournent à l'intérieur d'un fourreau en forme de huit. Dans chacun des cas, les fonctions principales du procédé sont d'assurer la fusion du polymère solide, puis la mise en pression du polymère fondu, afin d'alimenter dans de bonnes conditions la filière placée en tête, qui donnera sa forme au produit fabriqué.

Le principe même de l'extrusion est très ancien, si on le fait remonter à la vis d'Archimède, et a été largement utilisé depuis fort longtemps, en particulier dans le domaine alimentaire (fabrication de saucisses ou de pâtes alimentaires). Concernant le domaine qui nous intéresse, l'histoire remonte aux années 1870

et peut se décomposer en quatre périodes successives (Schenkel, 1988 ; White, 1990) :

- la première période s'étend de 1870 à 1940 : le premier brevet concernant l'extrusion monovis est déposé en 1879 en Grande-Bretagne, pour l'isolation de câbles à base de gutta percha. L'extrusion est utilisée pour d'autres matériaux que les polymères thermoplastiques, principalement les caoutchoucs. Les vis sont courtes (3 à 5 fois le diamètre  $D$ ) et chauffées à la vapeur, car les températures à atteindre sont faibles. Les premières nouveautés technologiques qui apparaissent sont les vis à dégazage à deux étages (1915) ou le chauffage électrique (1936). Du côté des systèmes bisis, après le développement dès 1870 des mélangeurs internes (1879 : Werner et Pfeleiderer ; 1916 : Banbury), on voit apparaître les premiers brevets de systèmes corotatifs (1901) ou contrarotatifs (1912), puis la première machine industrielle pour l'extrusion du PVC en 1937 (LMP-Colombo) ;

- la deuxième période (1940-1950) voit se développer les applications dans le domaine des matières plastiques. Les vis s'allongent (10 fois le diamètre), les profils restant généralement simples : profondeur constante et pas décroissant. Du côté de l'extrusion bisis apparaissent les vis modulaires et les premiers éléments de mélange (1949) ;

- la troisième période s'étend de 1950 à 1965. Elle est caractérisée par les premières études théoriques du procédé monovis : écoulement du polymère fondu (Carley *et al.*, 1953), convoyage du polymère solide (Maillefer, 1954), puis fusion (Maddock, 1959). La compréhension des mécanismes débouche très vite sur des progrès technologiques : vis plus longues (15 à 20 fois le diamètre) et à trois zones, premières vis barrières (Maillefer, 1959). En 1955, Werner et Pfeleiderer lancent les premières extrudeuses bisis « modernes », c'est-à-dire modulaires, avec éléments à pas direct, pas inverse et disques malaxeurs ;

- la dernière période, enfin, s'étend de 1965 à nos jours. Les progrès technologiques réalisés en extrusion monovis ont été considérables : développement des vis barrières, apparition des zones d'alimentation rainurées, utilisation d'éléments de mélange, développement de logiciels de calcul intégrant l'ensemble des mécanismes et permettant d'aider à la conception des vis, contrôle du procédé en boucle fermée. En même temps, l'extrusion bisis voit enfin éclore les premières approches théoriques : pour les vis contrarotatives, Schenkel (1963), puis Doboczky (1965) établissent les bases, développées ensuite par Kim *et al.* (1973), puis Janssen (1978). Pour les vis corotatives, Erdmenger (1964) puis Martelli (1971) sont les premiers à considérer les écoulements dans les éléments de vis, alors que Werner (1976) propose le premier modèle d'écoulement dans les éléments malaxeurs. Cet intérêt scientifique va de pair avec le très fort développement économique qu'a connu l'extrusion bisis depuis 30 ans, lié à l'apparition de nouvelles applications comme l'extrusion réactive, la réalisation d'alliages de polymères ou plus généralement l'utilisation de ces outils pour les opérations de mélange et de compoundage.

L'écart de 10 à 20 ans entre les études de compréhension et de modélisation des procédés d'extrusion monovis et bivis est remarquable. Il peut s'expliquer en partie par le développement plus tardif de l'extrusion bivis et les difficultés nettement supérieures qu'elle recèle. C'est la raison pour laquelle les logiciels de calcul décrivant l'ensemble du procédé, qui existent depuis plus de 30 ans en extrusion monovis, n'ont commencé à apparaître que beaucoup plus récemment pour l'extrusion bivis. La compréhension de l'ensemble des mécanismes mis en jeu est encore, dans ce dernier cas, imparfaite, comme nous le verrons dans le chapitre 6.

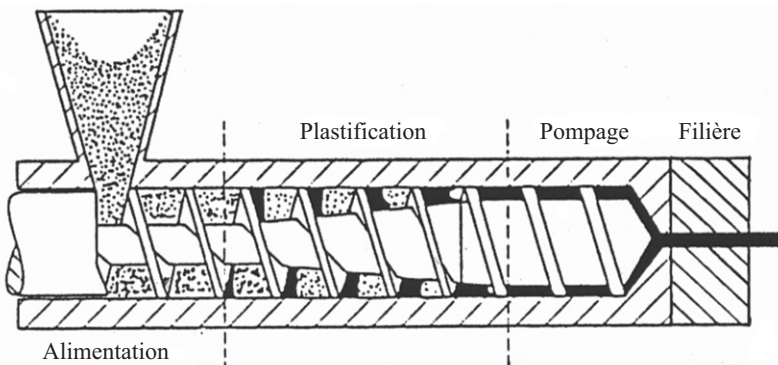
## 1. ■ Extrusion monovis

### 1.1. Description géométrique et cinématique

#### 1.1.1. Différentes zones de l'extrudeuse

La principale fonction de l'extrudeuse est de fondre le polymère et de le mettre en pression, pour qu'il puisse franchir la filière placée à son extrémité. D'après les observations qui ont été faites sur l'état du polymère dans la machine en régime permanent, on peut distinguer trois zones phénoménologiques (figure 5.2) :

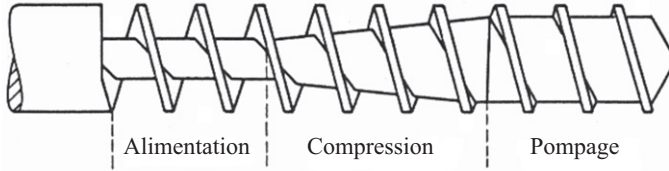
- la zone d'alimentation, dans laquelle le polymère est entièrement solide (en granulés ou en poudre, plus ou moins compacté) ;
- la zone de plastification (ou de fusion), dans laquelle coexistent le polymère encore solide et le polymère déjà fondu ;
- la zone de pompage, dans laquelle le polymère est totalement fondu.



**Figure 5.2.** Schéma de l'extrudeuse monovis.

Le diamètre du corps de la vis augmente toujours de l'arrière vers l'avant de la machine, soit sur toute la longueur, soit sur une partie seulement. Dans ce dernier cas, qui est le plus courant, on peut alors distinguer trois zones liées à la géométrie de la vis (figure 5.3) :

- la zone d'alimentation, où le diamètre de la vis, et donc la profondeur du chenal, est constant ;
- la zone de compression, où le diamètre augmente progressivement ;
- la zone de pompage, où le diamètre est de nouveau constant, mais plus important qu'en alimentation.

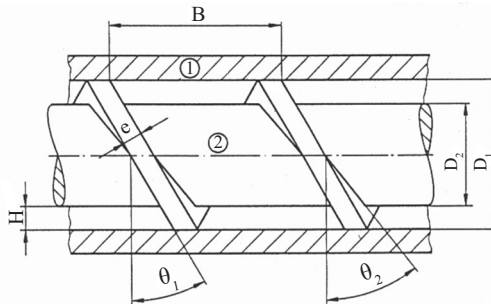


**Figure 5.3.** Profil de vis : zones géométriques.

Ces vis sont en principe conçues pour que la zone de compression s'identifie à la zone de fusion, mais ceci n'est en général pas vérifié pour toutes les conditions de fonctionnement.

### 1.1.2. Géométrie de la vis

Les éléments géométriques essentiels du système vis-fourreau sont indiqués sur la figure 5.4.



**Figure 5.4.** Géométrie du système vis-fourreau. 1. Fourreau. 2. Corps de la vis.

Quatre paramètres suffisent à définir cette géométrie :

- le diamètre intérieur du fourreau :  $D_1$  ;
- le diamètre du corps de la vis :  $D_2$ .

Ces deux paramètres donnent accès à la profondeur du chenal  $H$  :

$$H = \frac{D_1 - D_2}{2}$$

– le pas de la vis :  $B$ . Il va déterminer l'angle que fait le filet avec un plan perpendiculaire à l'axe de la vis. En fait, cet angle  $\theta$  varie avec la distance à l'axe de la vis.  $\theta(r)$  est tel que :

$$\operatorname{tg}\theta(r) = \frac{B}{2\pi r}$$

Au niveau du fourreau, il vaut  $\theta_1$  (tel que  $\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{B}{\pi D_1}$ ) et, au niveau du corps de la vis,  $\theta_2$  (tel que  $\operatorname{tg}\theta_2 = \frac{B}{\pi D_2}$ ).

Le cas le plus courant pour l'extrusion des matières thermoplastiques est celui où le pas de la vis est égal au diamètre du fourreau (on verra au paragraphe 1.2.5 la raison de ce choix) :

$$B = D_1 \Rightarrow \theta_1 = 17^\circ 40'$$

L'angle  $\theta_2$  peut être notablement différent ; par exemple, si  $D_2 = 2/3 D_1$ ,  $\theta_2 = 26^\circ$ . Si la profondeur du chenal est faible (cas de la zone de pompage), on pourra négliger la variation de  $\theta$  avec  $r$  et se contenter d'une valeur unique, prise en général au niveau du fourreau :

$$\operatorname{tg}\theta = B/\pi D_1$$

– l'épaisseur  $e$  du filet. Elle peut également varier en fonction de  $r$  :

$e = e_1$  au sommet du chenal

$e = e_2$  au pied du chenal de la vis.

Comme indiqué ci-après, l'épaisseur  $e$  permet de calculer la largeur du chenal de la vis.

### 1.1.3. Description du chenal de la vis

Considérons deux hélices parallèles, de pas  $B$ , dessinées sur un cylindre de diamètre  $D$  (figure 5.5) :

- $e$  est la distance entre les hélices ;
- $\theta$  est l'angle des hélices avec les cercles directeurs du cylindre.

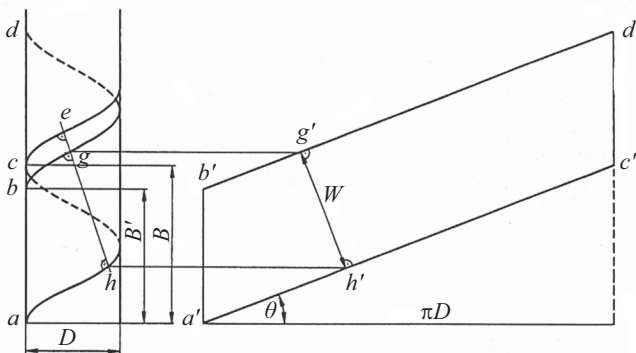


Figure 5.5. Géométrie de l'hélice.

Soit  $B'$  la longueur de génératrice comprise entre les hélices :  $B' = B - \frac{e}{\cos\theta}$

La bande comprise entre les deux hélices  $a b c d$  se développe sur un plan en un parallélogramme  $a' b' c' d'$ . La longueur d'hélice sur un tour est :

$$Z = \frac{\pi D}{\cos\theta} = \frac{B}{\sin\theta}$$

Un plan normal aux deux hélices coupe le cylindre suivant un arc d'ellipse  $gh$  qui se développe suivant le segment  $g'h'$  perpendiculaire à  $a'c'$  et  $b'd'$ . La largeur du chenal peut donc être décrite par :

$$W = gh = g'h' = B' \cos\theta = B \cos\theta - e$$

En réalité, la largeur du chenal varie elle aussi en fonction de la distance à l'axe de la vis :

$$W(r) = B \cos\theta(r) - e(r),$$

soit :  $W_1 = B \cos\theta_1 - e_1$  au niveau du fourreau,

$W_2 = B \cos\theta_2 - e_2$  au niveau du corps de la vis.

La longueur d'un tour d'hélice varie de la même façon :

$$Z(r) = \frac{\pi D(r)}{\cos\theta(r)} = \frac{B}{\sin\theta(r)}$$

#### 1.1.4. Approximations classiques

Pour étudier les écoulements dans ce système complexe vis/fourreau, il est d'usage de faire un certain nombre d'approximations, portant sur la cinématique et la géométrie, dont certaines ont été présentées dans le chapitre 4.

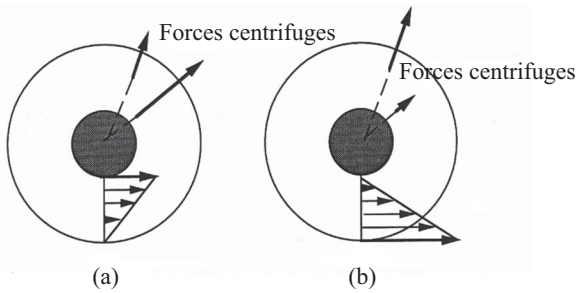
##### 1.1.4.1. Approximation de la vis statique et du fourreau tournant

Il est très difficile de décrire les écoulements de la matière dans un repère fixe par rapport au fourreau du fait de l'instationnarité de la géométrie. Il est plus commode de considérer que la vis est fixe et que le fourreau tourne à une vitesse angulaire opposée. La seule différence qui existe entre ces deux situations est la répartition des contraintes dues à l'inertie centrifuge dans le polymère : celles-ci jouent peu de rôle dans l'écoulement du solide, mais peuvent modifier l'écoulement d'un liquide. Prenons l'exemple de l'écoulement de Couette (figure 5.6).

• Lorsque le cylindre intérieur tourne, les forces d'inertie centrifuge sont maximum au centre et ceci a tendance à déstabiliser l'écoulement. Pour un liquide newtonien de viscosité  $\eta$ , la vitesse critique  $\Omega_c$  (en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ) à laquelle apparaissent les tourbillons s'écrit (Taylor, 1923) :

$$\Omega_c \approx 40 \frac{\eta}{\rho \sqrt{R \Delta R^3}}$$

où  $R$  est le rayon du cylindre externe et  $\Delta R$  l'entrefer (si  $\Delta R \ll R$ ).



**Figure 5.6.** Exemple de l'écoulement de Couette.

• Lorsque le cylindre extérieur tourne, les forces d'inertie centrifuge sont maximum à la périphérie et ceci a tendance à stabiliser l'écoulement. Les tourbillons n'apparaissent que pour une vitesse critique considérablement plus grande (environ 100 fois) que dans le cas précédent.

Considérons le cas d'une extrudeuse industrielle :

$$R = 20 \text{ cm}, \Delta R = 5 \text{ cm}, \eta = 10^3 \text{ Pa.s}, \rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

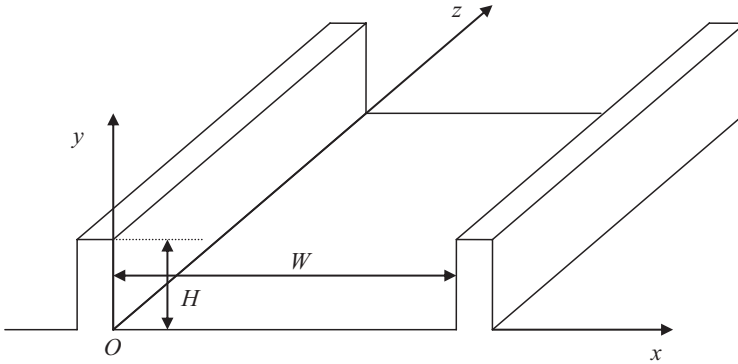
$$\Rightarrow \Omega_c = 8\,000 \text{ rad.s}^{-1}, \text{ soit } 76\,400 \text{ tr.mn}^{-1}.$$

La vitesse de rotation critique est très supérieure à celles réalisées en extrusion. La très forte viscosité des polymères fondus fait que la déstabilisation ne peut pas se produire en pratique et l'hypothèse du fourreau tournant ne présente donc aucun inconvénient.

#### 1.1.4.2. Déroulement du chenal de la vis

Même avec l'approximation précédente, la géométrie hélicoïdale du chenal reste difficile à utiliser pour la modélisation. On va donc la simplifier en déroulant le chenal (voir chapitre 4, paragraphe 4.1). En fait, l'angle de l'hélice variant avec  $r$ , il est théoriquement impossible de dérouler sans distorsion le chenal de façon à le rendre rectiligne, car aucun plan n'est rigoureusement orthogonal à la fois à l'arête et à la base des filets. Nous admettrons pourtant que, dans beaucoup de cas, le chenal hélicoïdal peut être remplacé en première approximation par un chenal rectiligne de section rectangulaire, de largeur équivalente  $W$  et de hauteur  $H$  (figure 5.7). Cette approximation, qui facilite les raisonnements et permet de dégager les phénomènes physiques essentiels, est d'autant plus valable que  $H$  est petit devant  $D_2$ .





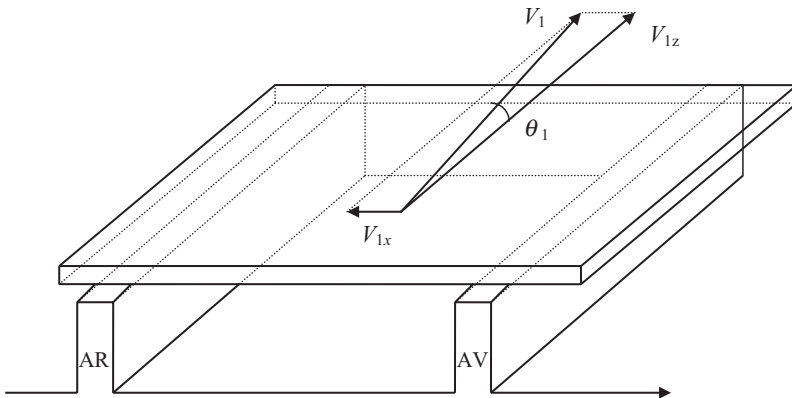
**Figure 5.7.** Géométrie du chenal de la vis : déroulement.

Ceci permet de repérer les points à l'intérieur du chenal de la vis dans des axes cartésiens :

- $Oz$ , dans l'axe du chenal, définissant la direction longitudinale, de l'amont (trémie) vers l'aval (filière) ;
- $Oxy$ , perpendiculairement à l'axe, définissant le plan transversal.

#### 1.1.4.3. Vitesse relative du fourreau

Nous pouvons combiner l'approximation de la vis statique et celle du déroulement du chenal de la vis. Dans ces conditions, le fourreau doit aussi être déroulé en un plan qui se déplace en biais par rapport au chenal rectiligne (figure 5.8).



**Figure 5.8.** Représentation locale déroulée du système vis-fourreau.

$V_1$  est la vitesse linéaire équivalente du fourreau, c'est-à-dire celle qui permet de dissiper la même puissance dans l'écoulement. Elle s'écrit :

$$V_1 = \Omega \frac{D_1}{2}$$

Elle peut se décomposer en :

- $V_{1z}$  : vitesse longitudinale dans l'axe du chenal :  $V_{1z} = V_1 \cos \theta_1$  ;
- $V_{1x}$  : vitesse transversale perpendiculaire à l'axe :  $V_{1x} = V_1 \sin \theta_1$ .

Nous observons que le mouvement transversal du fourreau se fait du filet avant vers le filet arrière (filet pousseur).

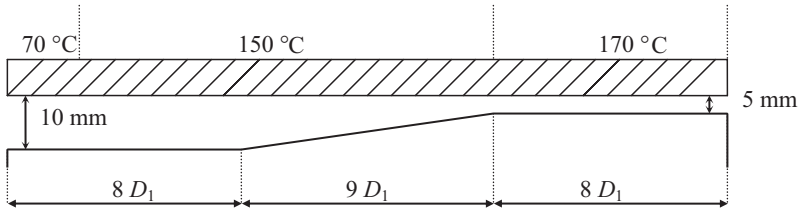
Enfin, plus généralement, nous décomposerons dans la suite tout écoulement dans le chenal de la vis en :

- un écoulement longitudinal, correspondant à la composante de vitesse suivant  $z$  ;
- un écoulement transversal, correspondant aux composantes des vitesses suivant  $x$  et  $y$ , c'est-à-dire dans le plan perpendiculaire à l'axe du chenal.

*Remarque* : la validité de cette décomposition peut être démontrée pour un fluide newtonien s'écoulant dans un chenal de profondeur constante (voir paragraphe 1.4.1). C'est une hypothèse supplémentaire dans les autres cas.

### 1.1.5. Extrudeuse « de référence »

Dans tous les paragraphes sur l'extrusion monovis, nous utiliserons une extrudeuse de référence dont les caractéristiques sont présentées sur la figure 5.9.



**Figure 5.9.** Géométrie de l'extrudeuse de référence.

- Diamètre intérieur du fourreau :  $D_1 = 120$  mm.
- Diamètre de la vis :
  - zone de pompage :  $D_{2p} = 110$  mm,
  - zone d'alimentation :  $D_{2a} = 100$  mm.
- Pas de la vis :  $B = D_1$ .
- Longueur de la vis :  $L = 25 D_1$ ,
  - zone de pompage :  $L_p = 8 D_1$ ,
  - zone de compression :  $L_c = 9 D_1$ ,
  - zone d'alimentation :  $L_a = 8 D_1$ .
- Épaisseur des filets de vis :  $e = 5$  mm.
- Vitesse de rotation de la vis :  $\Omega = 60$  tr.mm<sup>-1</sup>.

## 1.2. Zone d'alimentation

### 1.2.1. Mécanisme de déplacement du polymère

Dans la zone d'alimentation, le comportement rhéologique du polymère, en granulé ou en poudre, est *a priori* voisin de celui d'un « sable », avec une certaine cohésion et un certain angle de frottement interne. En fait, l'expérience montre qu'il est rapidement compacté, ou fritté, par la pression et la température et qu'il se comporte alors comme un solide plus ou moins indéformable, de forme hélicoïdale, avançant dans l'espace entre la vis et le fourreau. Avant d'entrer dans le détail des calculs, nous pouvons considérer deux situations extrêmes :

– 1<sup>re</sup> situation : le polymère colle parfaitement à la vis et glisse sur le fourreau ; la vis se colmate peu à peu et, au bout de quelques minutes de fonctionnement, le débit est nul ;

– 2<sup>e</sup> situation : le polymère glisse parfaitement sur la vis et frotte sur le fourreau ; le débit de l'extrudeuse est important, mais le couple d'entraînement de la vis est élevé et, dans certains cas, il peut y avoir blocage.

Ces deux exemples montrent que ce sont les forces de frottement entre le polymère et le métal des différentes surfaces en présence qui vont conditionner le déplacement du solide.

### 1.2.2. Description physique du frottement polymère-métal

Ce frottement est généralement décrit par la *loi de Coulomb* :  $\tau = fp$ , où  $\tau$  est la contrainte de cisaillement qui s'exerce dans la direction opposée à la vitesse relative des deux solides,  $p$  est la pression de contact et  $f$  est le *coefficient de frottement*, supposé indépendant de la vitesse relative des solides.

Le sens physique de cette loi est le suivant :

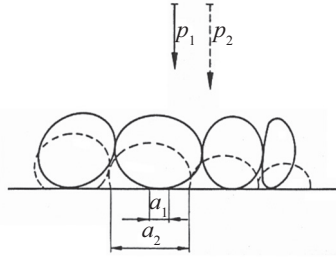
– l'aire de contact réelle  $a_0$  n'est qu'une fraction de l'aire de contact apparente  $a$  ;

– la contrainte de frottement  $\tau_0$  au niveau du contact réel est indépendante de la pression et de la vitesse ;

– la contrainte apparente  $\tau = a_0 \tau_0 / a$  dépend donc de  $p$  par l'intermédiaire de  $a_0$ , qui peut être considérée comme proportionnelle à  $p$  (figure 5.10).

$$p_2 > p_1 \Rightarrow a_2 > a_1 \Rightarrow \tau_2 = \frac{a_2}{a} \tau_0 > \tau_1 = \frac{a_1}{a} \tau_0$$

Dès que la pression atteint une valeur  $p^*$  telle que les granulé épousent parfaitement la surface du métal, la loi de Coulomb ne s'applique plus et la contrainte de frottement reste constante et égale à  $\tau_0$ . Cette valeur de  $p^*$  est liée à la contrainte d'écoulement du polymère solide.



**Figure 5.10.** Interprétation physique de la loi de Coulomb.

La loi de Coulomb est en fait l'idéalisation d'une situation beaucoup plus complexe. Dans la réalité, on peut considérer que le coefficient de frottement (défini comme le rapport de la contrainte de cisaillement sur la contrainte normale) dépend non seulement du polymère considéré, mais aussi de la température, de la vitesse relative par rapport à la paroi, de l'état de surface, de la pression... En ce qui nous concerne, nous utiliserons dans toute la suite des coefficients de frottement constants, avec des ordres de grandeur analogues à ceux du tableau 5.1 (d'après différentes sources : Dominghaus, 1993 ; Gamache *et al.*, 1999).

**Tableau 5.1.** Valeurs caractéristiques du coefficient de frottement polymère/acier.

|               |           |               |           |
|---------------|-----------|---------------|-----------|
| ABS           | 0,30-0,40 | Polystyrène   | 0,50      |
| Polyamide     | 0,25-0,45 | PVC           | 0,20-0,50 |
| PTFE          | 0,04-0,22 | PET           | 0,54      |
| PEHD          | 0,15-0,25 | PEBD          | 0,20-0,50 |
| Polycarbonate | 0,60-0,70 | Polypropylène | 0,13-0,40 |

### 1.2.3. Principe de la vis d'Archimède

La situation réelle du solide hélicoïdal soumis au frottement du fourreau, du corps de la vis et des flancs des filets est extrêmement complexe. Nous nous proposons de décomposer le problème au moyen d'une succession de modèles de plus en plus proches de la réalité, et mettant chacun en évidence un phénomène physique nouveau. Les résultats essentiels de ce chapitre sont dus à Darnell et Mol (1956), puis à Tadmor et Klein (1970).

Le solide est un parallélépipède de surface  $S$  (face supérieure ou inférieure), placé dans un chenal rectangulaire rectiligne (chenal de la vis déroulé) et soumis au frottement du fond du chenal et de la plaque supérieure (fourreau), dont la vitesse  $V_1$  fait l'angle  $\theta$  avec l'axe du chenal (figure 5.11). Les frottements sur les flancs des filets sont négligés.