

# Thermodynamique

## et optimisation énergétique des systèmes et procédés

Michel Feidt

- Présentation complète du sujet
- Notions indispensables à acquérir
- Nombreux exemples et applications



# Échangeurs de chaleur

## 1. Introduction

Muni des outils développés dans les deux parties précédentes, il est maintenant possible de mettre en œuvre ceux-ci à l'occasion d'un certain nombre d'applications qui seront abordées :

- les *échangeurs de chaleur* qui constituent un composant essentiel de tout système énergétique ;
- les *moteurs thermiques*, les *compresseurs* et les *turbines* dont les cycles parfaits ont été évoqués au chapitre 7 ;
- les *machines à froid* et  *pompes à chaleur* ainsi que la *cryogénie* qui, compte tenu de leur intérêt particulier, feront l'objet d'un chapitre conséquent ;
- les régimes transitoires nécessitent le *stockage de l'énergie* qui a pris une importance particulière avec l'engouement pour la *conversion thermosolaire* ;
- enfin une perspective succincte sur d'autres procédés de conversion d'énergie sera abordée.

## 2. Généralités sur les échangeurs

### 2.1. Classification des échangeurs

Les *échangeurs de chaleur* revêtent des formes très variées compte tenu des multiples opérations auxquelles ils sont destinés. Ainsi, il est possible de caractériser un échangeur :

- par la *nature des matériaux* qui le constituent (métallique, verre, plastique, graphite) ;

- par la *nature des fluides* de transfert (liquide, gaz, mélange de plusieurs phases, solide pulvérulent) ;
- par la *conception de l'échangeur*. Les principes d'échanges sont alors très variés. Une liste non exhaustive s'établit de la façon suivante :
  - échangeurs à double enveloppe (type bain-marie) ;
  - échangeurs à ruissellement (généralement encombrants, de faible coefficient d'échange et pour lesquels l'état de surface joue un rôle important) ;
  - échangeurs à contact direct ;
  - échangeurs rotatifs ;
  - aëroréfrigérants ;
  - échangeurs spirales ;
  - *échangeurs à plaques* qui se développent rapidement ;
  - *échangeurs tubulaires*.

Ces derniers échangeurs sont aujourd'hui les plus utilisés. Ils présentent eux-mêmes de nombreuses variantes dont :

- échangeurs à serpentins ;
- échangeurs croisés ;
- échangeurs à faisceaux à immersion ;
- échangeurs à chicanes ;
- échangeurs tubulaires à ailettes (longitudinales, transversales).

Dans ce chapitre, ce sont principalement des échangeurs tubulaires qui seront considérés pour illustrer les méthodes proposées.

## 2.2. Problèmes abordés

Ces méthodes approfondiront successivement trois approches complémentaires :

- une approche centrée sur *l'optimisation des phénomènes de transfert* à partir de techniques utilisant des mécanismes adéquats (ailettes, promoteurs de turbulence) ;
- une approche centrée sur une conception globale des échangeurs de chaleur. Un livre, de J. Padet traite de ce problème [1] ;
- une approche centrée sur *l'optimisation dynamique*.

# 3. ■ Techniques d'amélioration du transfert de chaleur

## 3.1. Présentation du problème

Il s'agit ici d'augmenter les performances thermiques par augmentation du coefficient de transfert relativement à la surface initiale d'échange mais sans augmenter par trop les pertes de charge associées.

Le problème reste de chiffrer l'amélioration apportée d'un point de vue quantitatif ; se pose alors la question du choix du critère associé aux techniques que

l'on se propose de mettre en œuvre, vu la diversité des solutions et l'absence d'un critère de base communément admis [2].

L'analyse proposée ici est purement énergétique mais généralisable.

### 3.2. Analyse de la création d'entropie

Considérons un élément de tube de longueur  $dx$ , de diamètre  $D$ , section  $A$  traversée par un débit massique  $\dot{m}$  d'un fluide qui échange avec l'extérieur un flux de chaleur dont la densité linéique est  $\dot{q}'$ .

On sait que (relation (22) chapitre 6) la densité linéique de flux d'entropie créée vaut dans ce cas :

$$\dot{S}' = \frac{\dot{q}' \cdot \Delta T}{T^2} + \frac{\dot{m}}{\rho T} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \text{ avec } \Delta T \ll T.$$

Soit en introduisant le rapport  $\phi$  des créations d'entropie dues aux pertes de charge sur les créations d'entropie dues au transfert thermique :

$$\dot{S}' = \dot{S}'_{\Delta T} (1 + \phi) \quad (1)$$

avec

$$\phi = \dot{S}'_{\Delta P} / \dot{S}'_{\Delta T} \quad (2)$$

Si on teste une configuration améliorée du tube, la dégradation d'énergie de cette configuration devient  $S'_a$ , par rapport à  $S'_0$  configuration associée à la configuration origine.

Il est alors commode d'introduire le nombre adimensionnel de création d'entropie défini par :

$$N_{Sa} = \frac{\dot{S}'_a}{\dot{S}'_0} \quad (3)$$

Si  $N_{Sa}$  est inférieur à l'unité pour un dispositif augmentant le transfert thermique, celui-ci est intéressant du point de vue thermodynamique. L'expression (3) se transforme aisément sous la forme :

$$N_{Sa} = \frac{\dot{S}'_{\Delta T_a}}{\dot{S}'_{\Delta T_0}} \cdot \frac{1 + \phi_a}{1 + \phi_0} \quad (4)$$

avec :

$$\phi_a = \frac{\dot{S}'_{\Delta P_a}}{\dot{S}'_{\Delta T_a}} = \frac{\dot{S}'_{\Delta P_a}}{\dot{S}'_{\Delta P_0}} \cdot \frac{\dot{S}'_{\Delta P_0}}{\dot{S}'_{\Delta T_0}} \cdot \frac{\dot{S}'_{\Delta T_0}}{\dot{S}'_{\Delta T_a}} \quad (5)$$

soit 
$$\phi_a = N_p \cdot \phi_0 \cdot \frac{1}{N_T}.$$

$N_T$  représente le nombre d'amélioration des irréversibilités dues aux transferts thermiques.

$N_p$  représente le nombre d'amélioration des irréversibilités dues aux pertes de charge.

On en déduit facilement que :

$$N_{Sa} = \frac{N_T + \phi_0 \cdot N_p}{1 + \phi_0}.$$

Il y a lieu de remarquer que,  $\dot{m}$  et  $T$  étant deux grandeurs relatives à l'échangeur,  $\dot{q}'$  et  $T_p$  la température à la paroi sont liés par l'équation de transfert de chaleur à la frontière :

$$\dot{q}' = \bar{h} \cdot p \cdot \Delta T = \bar{h} \cdot p \cdot (T - T_p)$$

dans laquelle  $\bar{h}$  représente le coefficient de transfert thermique moyen sur le périmètre mouillé  $p$ .

Il apparaît alors deux cas limites classiques selon que le flux à la paroi est imposé ( $\dot{q}' = \text{Cte}$ ), ou que la température à la paroi est imposée ( $T_p = \text{Cte}$ ).

On montre facilement que dans le premier cas,  $\phi$  peut se mettre sous la forme :

$$\phi = \text{Cte} \cdot \frac{p^3 Nu \cdot f}{A^4} \tag{6}$$

de sorte qu'en général  $\phi_0$  diffère de  $\phi_a$ . On montrerait de la même façon que, si  $T_p$  est fixé,  $\phi_0$  diffère encore de  $\phi_a$  mais sous une autre forme. En conséquence,  $N_{Sa}$  nécessite une étude numérique.

À cet effet, on montrera facilement que  $N_T$  prend les formes suivantes si  $\dot{q}'$  fixé :

$$N_T = \left( \frac{p_0}{p_a} \right)^2 \cdot \frac{A_a}{A_0} \cdot \frac{Nu_0}{Nu_a} \tag{7a}$$

si  $T_p$  fixé :

$$N_T = \left( \frac{p_a}{p_0} \right)^2 \cdot \frac{A_0}{A_a} \cdot \frac{Nu_a}{Nu_0} \tag{7b}$$

On remarque alors que  $N_T$  prend une valeur ou son inverse, selon la contrainte ; dans le cas d'une section cylindrique, cette valeur n'est fonction que des nombres  $Nu_0$  et  $Nu_a$ .

Par contre,  $N_p$  conserve la même forme quelle que soit la contrainte :

$$N_p = \frac{P_a}{P_0} \cdot \frac{f_a}{f_0} \cdot \left( \frac{A_0}{A_a} \right)^3 \quad (8)$$

### 3.3. Problèmes abordés : surfaces de transfert améliorées

A. Bejan a appliqué la démarche du paragraphe 2.2, dans le cas où  $\dot{q}'$  et  $\dot{m}$  sont constants aux surfaces rugueuses et à des obstructions périodiques [2].

Des améliorations plus conséquentes encore que celles observées dans cette référence, peuvent être obtenues en utilisant des promoteurs de turbulence [3, 4, 5].

On citera à titre d'exemple (figure 11.1) :

- ruban hélicoïde ;
- fil hélicoïdal ;
- hélices ;
- ailettes internes spiralées.

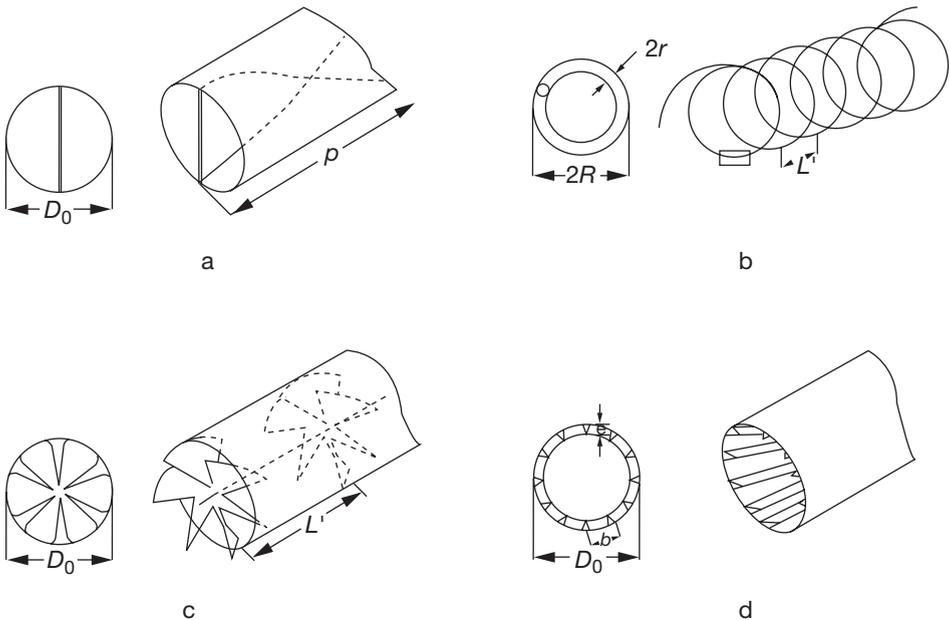


Figure 11.1. Techniques pour promouvoir des écoulements turbulents.

#### • Cas particulier des surfaces corruguées

Dans le cas particulier des tubes à corrugation, la figure 11.2 montre que, pour des conditions d'écoulement imposées ( $Re$ ), le choix de la géométrie du tube corrugué permet de minimiser la création d'entropie.

Conformément à la figure 11.3, il apparaît un domaine géométrique caractéristique en  $e/D$  et  $p/e$ , où la création d'entropie du tube amélioré est inférieure à celle du tube lisse.

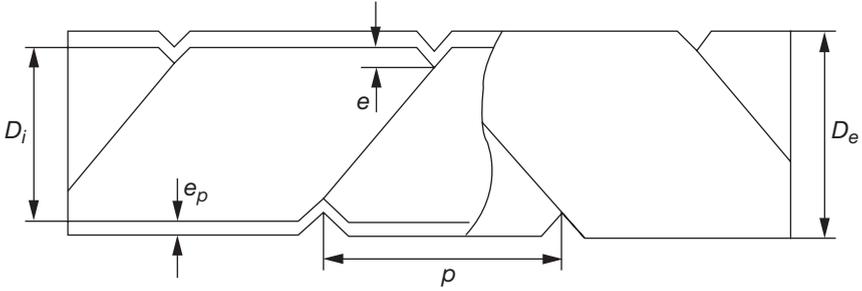


Figure 11.2. Représentation d'un tube monocorrugué.

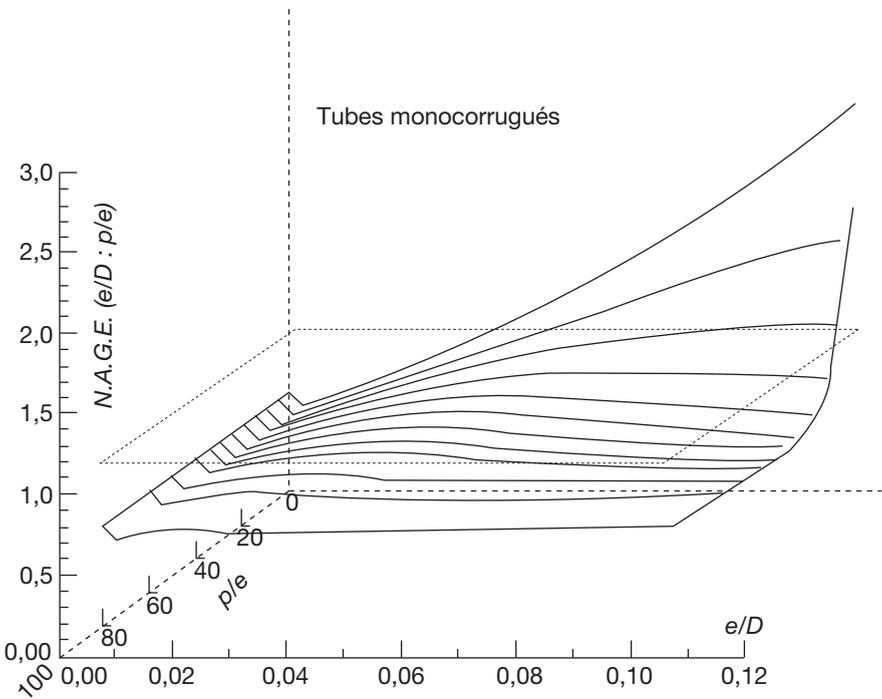


Figure 11.3. Nombre adimensionnel de création d'entropie en fonction des paramètres géométriques de corrugation.

• **Conclusion partielle**

Une étude expérimentale extensive est à faire dans ce domaine car il n'apparaît pas de lois générales [5].

La démarche précédente a été aussi appliquée avec succès à des surfaces ailetées.

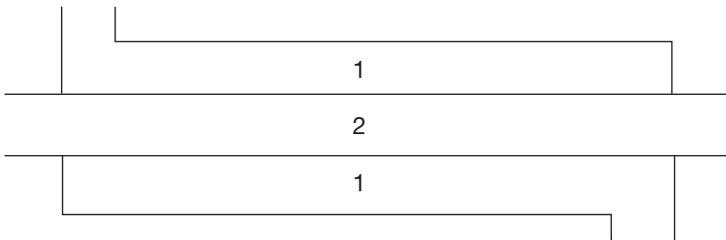
Ayant optimisé la surface d'échange d'un tube d'échangeur et connaissant par l'intermédiaire de corrélations appropriées l'évolution des performances de cette surface en fonction de sa topologie, il reste maintenant à réaliser une optimisation globale de l'échangeur. Ceci va être le but du paragraphe suivant.

## 4. ■ Optimisation d'échangeurs de chaleur à contre-courant

### 4.1. Échangeurs à contre-courant

La configuration la plus simple d'un échangeur tubulaire comporte deux tubes concentriques (figure 11.4). Il apparaît alors qu'il existe deux modes d'alimentation en fluide de ce type d'échangeur :

- le mode d'alimentation à *co-courant* pour lequel les deux fluides d'échange pénètrent par la même extrémité de l'échangeur ;
- le mode d'alimentation à *contre-courant* pour lequel la circulation des deux fluides est de sens opposé.



**Figure 11.4.** Schématisation d'un échangeur tubulaire.

C'est cette configuration qui est la configuration la plus courante car elle est la plus efficace comme il est facile de le montrer. C'est aussi celle qui a été représentée jusqu'alors sur les schémas proposés, par exemple dans les régénérateurs des cycles de Joule (chapitre 7).

L'irréversibilité dans l'échangeur de chaleur est supposée due à deux causes principales comme dans le paragraphe précédent :

- le transfert de chaleur suppose un gradient de température entre les deux fluides ;
- le transfert de masse à travers l'appareil qui se traduit par l'écoulement des fluides, est accompagné par des pertes de charge.

### 4.2. Optimisation non contrainte

En supposant que les deux fluides traversant l'échangeur à contre-courant n'échangent que de la chaleur sensible, les profils de températures le long de l'échangeur présentent l'allure de la figure 11.5. On comprend aisément que la diminution du débit des fluides dans l'échangeur doit se traduire, toutes choses égales par ailleurs, par une surface d'échange plus grande, donc un encombrement et un coût plus importants.

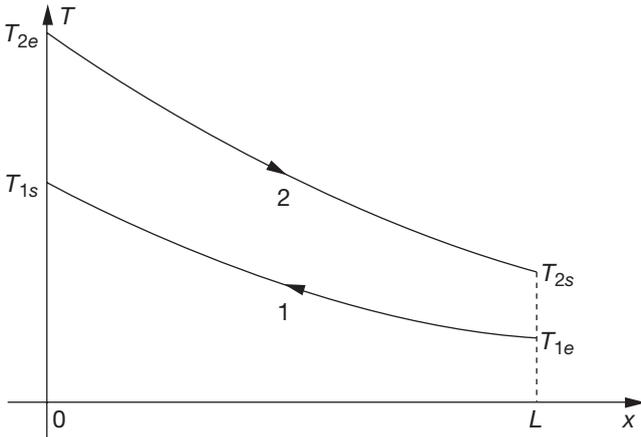


Figure 11.5. Allure du profil des températures dans un échangeur tubulaire à contre-courant simple phase.

#### 4.2.1. Irréversibilité de dissymétrie d'écoulement

Si on augmente la surface d'échange et si le débit calorifique  $(\dot{m}c_p)_1$  du fluide 1 est supérieur au débit calorifique  $(\dot{m}c_p)_2$  du fluide 2, la différence de température entre les deux fluides diminue jusqu'à ce que, à la limite,  $T_{2s} = T_{1e}$ .

Dans le cas limite où les pertes de charge deviennent négligeables, l'irréversibilité due au transfert thermique s'écrit pour un gaz parfait ou un liquide incompressible :

$$\dot{S}_{\text{créée}} = (\dot{m}c_p)_1 \ln \frac{T_{1s}}{T_{1e}} + (\dot{m}c_p)_2 \ln \frac{T_{2s}}{T_{2e}} \tag{9}$$

En introduisant  $C = \frac{(\dot{m}c_p)_1}{(\dot{m}c_p)_2}$ , il vient :

$$\dot{S}_{\text{créée}} = (\dot{m}c_p)_2 \left( C \ln \frac{T_{1s}}{T_{1e}} + \ln \frac{T_{2s}}{T_{2e}} \right) \tag{10}$$

d'où la définition du nombre de création d'entropie correspondant :

$$N_S = \frac{\dot{S}_{\text{créée}}}{(\dot{m}c_p)_2} = \ln \frac{T_{1e}}{T_{2e}} \left[ 1 + \frac{1}{C} \left( \frac{T_{2e}}{T_{1e}} - 1 \right)^C \right] \quad (11)$$

Cette irréversibilité est caractéristique des transferts thermiques mais aussi d'une dissymétrie de l'écoulement par l'intermédiaire du paramètre  $C$ . Dans le cas général, la génération d'entropie est non seulement due à la *dissymétrie des écoulements* mais aussi à la limitation de la surface d'échange entre fluides d'une part, et, d'autre part, au fait que la section de passage de chaque fluide est limitée. C'est ce qui fait l'objet du développement suivant pour un écoulement symétrique.

#### 4.2.2. Écoulement symétrique à contre-courant

L'écoulement étant symétrique à contre-courant ( $C = 1$ ), un développement analogue à celui du paragraphe précédent fournit immédiatement pour un gaz parfait :

$$\dot{S}_{\text{créée}} = \dot{m}c_p \left( \ln \frac{T_{1s}}{T_{1e}} + \ln \frac{T_{2s}}{T_{2e}} \right) - \dot{m}r \left( \ln \frac{P_{1s}}{P_{1e}} - \ln \frac{P_{2s}}{P_{2e}} \right) \quad (12)$$

En introduisant l'efficacité d'échange [6] qui, dans ce cas est telle que :

$$\varepsilon = \frac{T_{1e} - T_{1s}}{T_{1e} - T_{2e}} = \frac{T_{2s} - T_{2e}}{T_{1e} - T_{2e}} \quad (13)$$

Il vient en posant par ailleurs  $P_{is} = (P - \Delta P)_i$  :

$$N_S = \frac{\dot{S}_{\text{créée}}}{\dot{m}c_p} = \ln \frac{T_{2e}}{T_{1e}} \left[ 1 - (1 - \varepsilon) \frac{T_{2e} - T_{1e}}{T_{2e}} \right] + \ln \frac{T_{1e}}{T_{2e}} \left[ 1 + (1 - \varepsilon) \frac{T_{2e} - T_{1e}}{T_{1e}} \right] - \frac{r}{c_p} \left[ \ln \left[ 1 - \left( \frac{\Delta P}{P} \right)_1 \right] + \ln \left[ 1 - \left( \frac{\Delta P}{P} \right)_2 \right] \right] \quad (14)$$

Pour un échangeur quasi idéal,  $(1 - \varepsilon)$  et  $(\Delta P / P)_i \leq 1$ , en conséquence il vient selon A. Bejan [6] :

$$N_S \cong (1 - \varepsilon) \frac{(T_{2e} - T_{1e})^2}{T_{1e} \cdot T_{2e}} + \frac{r}{c_p} \left[ \left( \frac{\Delta P}{P} \right)_1 + \left( \frac{\Delta P}{P} \right)_2 \right] \quad (15)$$

Dans le cas des écoulements symétriques à contre-courant, on sait que [7] :

$$\varepsilon = \frac{\text{NUT}}{1 + \text{NUT}} \quad (16)$$

NUT désignant le Nombre d'Unités de Transfert :

$$NUT = \frac{u \cdot A}{\dot{m}c_p} \tag{17}$$

$u$ , coefficient d'échange global surfacique de l'échangeur.

Pour l'échangeur quasi idéal,  $NUT \gg 1$  implique que  $(1 - \varepsilon) \cong (1/NUT)$  d'après (16) (si  $NUT \rightarrow \infty$  alors  $\varepsilon \rightarrow 1$ ).

La résistance de conduction de la paroi étant supposée négligeable devant les résistances de convection, il vient classiquement :

$$\frac{1}{uA} = \frac{1}{(uA)_1} + \frac{1}{(uA)_2} \tag{18}$$

$\frac{1}{(uA)_i}$ , résistance au transfert de chaleur pour chaque fluide  $i$ , d'où :

$$\frac{1}{NUT} = \frac{1}{(NUT)_1} + \frac{1}{(NUT)_2} \tag{19}$$

En introduisant alors une différence de température adimensionnelle

$\tau = \frac{|T_{2e} - T_{1e}|}{\sqrt{T_{1e}T_{2e}}}$ , la relation (15) s'écrit sous la forme :

$$N_s = N_{s_1} + N_{s_2} \tag{20}$$

avec

$$N_{s_i} = \frac{\tau^2}{NUT_i} + \frac{r}{c_p} \left( \frac{\Delta P}{P} \right)_i \tag{21}$$

On voit sur cette dernière relation que l'irréversibilité thermique disparaît si  $NUT \rightarrow \infty$  ( $A$  ou  $u \rightarrow \infty$ ) ou si l'échangeur est isotherme ( $\tau = 0$ ). De même, l'irréversibilité de frottement disparaît si  $\Delta P_i \rightarrow 0$  pour les deux fluides. Il y a lieu de remarquer que malgré l'additivité des termes, il existe un fort couplage entre les deux fluides d'échange (au moins par  $\tau$ ).

Il est alors commode de donner à (21) la forme suivante :

$$N_{s_i} = \frac{4c_p \tau^2 \dot{m} A_{it}}{Nu_i k A_{it} p_i} + \frac{r f_i \dot{m}^2}{2\rho c_p P} \cdot \frac{A_{it}}{A_{it}^3} \tag{22}$$

Cette expression est obtenue sachant que :

$$NUT_i = \frac{u_i A_{it}}{\dot{m}c_p}; \quad u_i = \frac{Nu_i k}{D_{Hi}} \quad D_{Hi} = \frac{4A_{it}}{p_i};$$

$$\frac{\Delta P}{L} = 4f_i \rho \frac{\bar{v}^2}{2} \cdot \frac{1}{D_{Hi}}; \quad \text{Re}_i = \frac{\dot{m} D_{Hi}}{\mu A_{ti}} = \frac{4\dot{m}}{\mu p_i}$$

$Nu_p$ , nombre de Nusselt, fonction de  $\text{Re}_i$  ;

$f_p$ , facteur de frottement, fonction de  $\text{Re}_i$  ;

$L$ , longueur d'écoulement ;

$A_{il}$ , aire de transfert de chaleur, ou aire longitudinale ;

$A_{it}$ , aire de passage de fluide, ou aire transversale.

Il apparaît alors que  $N_{Si}$  est une fonction :

- de paramètres thermophysiques du fluide ( $\rho$  ;  $c_p$  ;  $r$  ;  $k$ ) ;
- de paramètres de l'écoulement ( $\dot{m}$  ,  $P$ ) ;
- de la géométrie ( $A_{il}$  ;  $A_{it}$  ;  $p_i$ ) ;
- de paramètres de transfert ( $\tau$  ;  $Nu_i$  ;  $f_i$ ).

#### • Aire optimale de transfert

Dans le cas où le  $\text{Re}_i$  est imposé, l'expression (22) de  $N_{Si}$  peut se mettre sous la forme :

$$N_{S_i} = \frac{c_p \tau^2 \mu \text{Re}_i}{k Nu_i} \cdot \frac{1}{A_r} + \frac{r \mu^2 \text{Re}_i^2 f_i}{2 \rho C_p P} \cdot \frac{1}{D_{Hi}^2} A_r \quad (23)$$

$$A_r = \frac{A_{il}}{A_{it}}, \text{ aire longitudinale réduite.}$$

L'aire longitudinale réduite, résulte de la compétition entre les 2 effets opposés de (23). Il vient simplement :

$$A_{r \text{ opt}} = D_{Hi} C_p \tau \sqrt{\frac{2 \rho P}{k Nu_i r \mu \text{Re}_i f_i}} \quad (24)$$

associée à

$$\min N_{S_i} = \frac{\tau}{D_{Hi}} \cdot \left[ \frac{r \mu^3 \text{Re}_i^3 f_i}{2 \rho P k Nu_i} \right]^{1/2} \quad (25)$$

En conclusion, la longueur optimale de l'échangeur peut en être déduite ; dans les cas où  $\text{Re}_i$  est imposé, on trouve aisément que cette longueur optimale est proportionnelle au carré du diamètre hydraulique  $D_{Hi}$ . Il est à remarquer aussi que pour des conditions imposées différentes (par exemple  $\dot{m}$  et  $p_i$  imposés), les résultats obtenus diffèrent notablement. Le lecteur est à même de traiter le cas particulier qui l'intéresse, à titre d'exercice. Les géométries simples du tube à section circulaire, ou de l'espace entre deux plaques planes en découlent par ailleurs aisément.

### 4.3. Optimisation avec contraintes

Dans les applications industrielles, les paramètres géométriques sont souvent contraints du fait de considérations économiques. Ainsi la surface d'échange  $A$  mise en œuvre est liée au *coût de l'échangeur*.

Dans des applications plus spécifiques (par exemple automobiles ou surtout aéronautiques), l'encombrement est un facteur déterminant. Cet encombrement est lié au volume de l'échangeur.

Ces deux cas de figures vont être développés dans ce paragraphe.

#### 4.3.1. Optimisation à surface d'échange fixée

Compte tenu des notations précédemment introduites, et en supposant  $Re_i$ , mais aussi  $p_i$  donnés, on cherche alors le minimum du nombre de création d'entropie suivant :

$$N_{S_i} = \frac{c_p \tau^2 \mu Re_i}{kNu_i} \cdot \frac{A_{it}}{A} + \frac{r\mu^2 Re_i^2 f_i}{32\rho c_p P} \cdot \frac{A \cdot p_i^2}{A_{it}^3} \quad (26)$$

avec  $A_{it} = A$  imposée.

Il vient :

$$A_{it\text{opt}} = A \left[ \frac{3r\mu Re_i f_i k Nu_i}{32\rho c_p^2 P \tau^2} \cdot \frac{p_i^2}{A^2} \right]^{1/4} \quad (27)$$

$$\min N_{S_i} = \frac{2c_p \tau^2 \mu Re_i}{kNu_i} \cdot \frac{A_{it\text{opt}}}{A} \quad (28)$$

Il résulte de (27) et (28), qu'à  $Re_i$  fixé,  $\min N_{S_i}$  est proportionnel à la racine carrée du rapport  $p_i/A$ .

#### 4.3.2. Optimisation à volume d'échangeur fixé

Connaissant l'expression du volume d'échange réel  $V = L \cdot A_{it}$ , et en supposant de nouveau  $Re_i$  et aussi  $p_i$  donnés, on cherche cette fois le minimum du nombre de création d'entropie suivant :

$$N_{S_i} = \frac{c_p \tau^2 \mu Re_i}{kNu_i} \cdot \frac{A_{it}^2}{p_i V} + \frac{r\mu^2 Re_i^2 f_i}{32\rho c_p P} \cdot \frac{p_i^3 \cdot V}{A_{it}^4} \quad (29)$$

avec  $V$  imposé.

Il vient :

$$A_{it\text{opt}} = \sqrt{p_i V} \left[ \frac{r\mu Re_i f_i k Nu_i}{16\rho c_p^2 P \tau^2} \cdot \frac{p_i}{V} \right]^{1/6} \quad (30)$$

$$\min N_{S_i} = \frac{3}{2} \frac{c_p \tau^2 \mu Re_i}{kNu_i} \cdot \frac{A_{it\text{opt}}^2}{p_i V} \quad (31)$$

Il résulte de (30) et (31), qu'à  $Re_i$  fixé,  $\min N_{Si}$  est proportionnel à la racine cubique du rapport  $p_i / V$ .

#### • Conclusion

Les deux paragraphes précédents ont montré que le minimum de dissipation d'entropie est inversement proportionnel à la racine carrée de  $A$ , ou à la racine cubique de  $V$ . Il en résulte qu'une faible dissipation sera liée à un fort encombrement. En conséquence, l'optimisation finale portera sur le fonctionnement de l'appareil, mais aussi sur son coût global faisant intervenir à la fois le coût de fonctionnement et le coût d'investissement [8]. Néanmoins, l'approche développée ici est intéressante en ce sens qu'elle permet une meilleure compréhension et maîtrise des phénomènes fondamentaux en vue de la conception optimale des échangeurs. *L'optimisation statique ou de conception des échangeurs de chaleur* telle qu'elle a été abordée ici, peut aussi intégrer sous forme forfaitaire les phénomènes d'encrassement ; ceux-ci se traduisent par la prise en compte généralement, d'une résistance thermique supplémentaire apparaissant dans (18). Il est à noter alors que le développement est plus complexe.

## 4.4. Distribution optimale de la surface d'échange

### 4.4.1. Objectif

Il s'agit de montrer que l'ajout de surface d'échange dans un échangeur doit se faire en un emplacement précis sur l'échelle des températures absolues pour que l'économie d'énergie soit maximale.

Ce problème revêt une importance particulière quand on sait que les échangeurs de chaleur occupent souvent de larges segments de l'échelle des températures absolues. À titre d'exemple, les cycles faisant intervenir la production de vapeur et la génération de puissance mécanique supposent une répartition de la surface d'échange entre 300 K et 850 K (bouilleur, surchauffeur, resurchauffeur, condenseur). Il en est de même dans les systèmes de liquéfaction de gaz et en cryogénie. Ces deux exemples les plus marquants n'en excluent pas d'autres.

### 4.4.2. Distribution de la surface d'échange sur l'échelle des températures absolues

Soit une machine endoréversible en contact avec deux thermostats par l'intermédiaire d'échangeurs à surfaces finies (figure 11.6).

Les pincements d'échangeurs correspondants sont fournis par :

$$\Delta T_C = \frac{q_C}{u_C A_C} \quad ; \quad \Delta T_F = \frac{q_F}{u_F A_F} \quad (32)$$

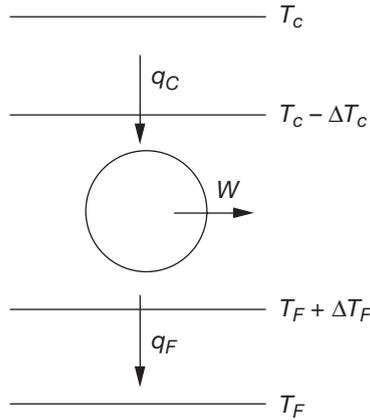


Figure 11.6. Schématisation d'une machine motrice endoréversible.

Le cycle étant endoréversible, le rendement thermodynamique de la machine s'exprime sous la forme :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_F + \Delta T_F}{T_c - \Delta T_c} \quad (33)$$

Soit un élément d'aire  $\delta A \ll A_c$  et  $A_f$  à rajouter sur un des échangeurs, il vient :

$$\Delta T_c - \delta T_c = \frac{q_c}{u_c (A_c + \delta A)} \quad (34)$$

$$\Delta T_f - \delta T_f = \frac{q_f}{u_f (A_f + \delta A)} \quad (35)$$

Si on ajoute  $\delta A$  sur l'échangeur à la source chaude, le rendement thermodynamique devient :

$$\eta'_{th} = 1 - \frac{T_f + \Delta T_f}{T_c - \Delta T_c + \delta T_c} \quad (36)$$

Si par contre on rajoute  $\delta A$  sur l'échangeur au puits froid, le rendement thermodynamique devient :

$$\eta''_{th} = 1 - \frac{T_f + \Delta T_f - \delta T_f}{T_c - \Delta T_c} \quad (37)$$

En faisant le rapport membre à membre des expressions (36) et (37) et en négligeant les termes du second ordre, il vient :

$$\frac{\eta'_{th}}{\eta''_{th}} = 1 - \frac{1}{T_c - \Delta T_c - (T_f + \Delta T_f)} \left[ \frac{T_f + \Delta T_f}{T_c - \Delta T_c} \delta T_c + \delta T_f \right] \quad (38)$$

On en conclut que le maximum de rendement est fourni par la machine pour laquelle le rajout de surface d'échange a été fait sur l'échangeur de plus basse température. La conclusion reste la même si on considère la création d'entropie associée aux écarts de température.

#### • Généralisation du résultat précédent

La démarche précédente a été appliquée à la distribution optimale de la surface allouée aux échangeurs chaud, froid et régénérateur de machines de Brayton ou de Stirling [9].

De même, A. Bejan [10] a montré comment on pouvait distribuer de façon optimale la surface d'un échangeur de chaleur en contact avec un réservoir de température variable  $T_R(x)$  mais supposée connue, de même que la densité linéique de flux, et le coefficient d'échange global surfacique  $u(x)$ .

Il ressort de ces études que la surface doit être distribuée préférentiellement là où la conductance surfacique de transfert est la plus basse.

#### 4.4.3. Distribution de la surface d'échange pour un échangeur à contre-courant

Si  $T_R(x)$  et  $u(x)$  ne sont pas connus *a priori*, les résultats précédents ne sont pas applicables.

Toutefois, dans de nombreuses applications, il est possible d'avoir une approche suffisante de ces grandeurs. Pour être cohérent avec la démarche adoptée dans ce chapitre, on propose d'illustrer la méthode sur un échangeur à contre-courant.

Dans le cas d'un échangeur à contre-courant à débits symétriques présenté au paragraphe 4.2.2, l'écriture locale du bilan de conservation d'énergie s'écrit, si l'échangeur est adiabatique :

$$(\dot{m}c_p)_1 \frac{dT_1}{dx} = (\dot{m}c_p)_2 \frac{dT_2}{dx} \quad (39)$$

Puisque  $(\dot{m}c_p)_1 = (\dot{m}c_p)_2 = \dot{m}c_p$ , il en résulte que :

$$T_1 = T_2 + \Delta T \quad \forall x \quad (40)$$

En négligeant la perte de charge, la relation (12) fournit :

$$N_S = \ln \left[ \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_{2e}} \right) \left( 1 - \frac{\Delta T}{T_{1e}} \right) \right] \quad (41)$$

Sachant par ailleurs que :

$$\dot{m}c_p dT_1 = u \cdot \Delta T \cdot a(x) dx \quad (42)$$

*Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés* permet d'acquérir les notions indispensables en vue de modéliser, simuler et optimiser les systèmes et procédés énergétiques. L'objectif étant de répondre à la question suivante : comment utiliser rationnellement l'énergie en vue d'une transition énergétique et environnementale raisonnée ? La thermodynamique phénoménologique est l'outil privilégié pour se faire, tant du point de vue fondamental (physicien) qu'applicatif (ingénieur).

La première partie aborde l'ensemble des notions de la thermodynamique en insistant plus particulièrement sur celles relatives au second principe et ses conséquences : analyse thermodynamique et dégradation d'énergie. La deuxième partie rapporte des concepts et méthodes d'étude des systèmes et procédés, en vue de leur optimisation qui revêt deux formes privilégiées : l'optimisation statique et l'optimisation dynamique. La troisième partie enfin, à travers des exemples choisis, illustre les développements précédents. Les applications retenues sont prises dans les domaines de la combustion, de la production de froid, des pompes à chaleur, de l'énergie thermique, et des nouveaux procédés de conversion et de stockage de l'énergie.

Cet ouvrage propose une approche originale de la thermodynamique scientifique et technique. Fruit de la grande expérience pédagogique de l'auteur et de sa connaissance approfondie des problèmes industriels, il s'adresse aux étudiants, techniciens et ingénieurs ayant à concevoir, adapter ou suivre des procédés et systèmes mettant en jeu l'énergie sous toutes ses formes.

**Michel Feidt** est professeur émérite de l'Université de Lorraine.