

---

collection génie civil dirigée par Jacky Mazars

---

# Approche probabiliste de la performance des structures

Christian Cremona

 *hermes*

*Lavoisier*

---

---



Approche probabiliste de la performance des structures

En mémoire de ma mère.  
A mon père.

© LAVOISIER, 2010

LAVOISIER  
11, rue Lavoisier  
75008 Paris

[www.hermes-science.com](http://www.hermes-science.com)  
[www.lavoisier.fr](http://www.lavoisier.fr)

ISBN 978-2-7462-3111-5  
ISSN 1771-9011



---

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, d'une part, que les "copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective" et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, "toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite" (article L. 122-4). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Tous les noms de sociétés ou de produits cités dans cet ouvrage sont utilisés à des fins d'identification et sont des marques de leurs détenteurs respectifs.

---

Printed and bound in England by Antony Rowe Ltd, Chippenham, October 2010.

# Approche probabiliste de la performance des structures

Christian Cremona

**Hermès**  
**Science**  
— publications —

*Lavoisier*

---

DIRECTION ÉDITORIALE FÉLIX DARVE

*Collection génie civil dirigée par JACKY MAZARS*

---

Denys BREYSSE – Maîtrise des risques en génie civil 1, 2 & 3, 2009

Maurice LEMAIRE *et al.* – Fiabilité des structures : couplage mécano-fiabiliste statique, 2005

Roberto NOVA – Fondements de la mécanique des sols, 2005

Patrick PAULTRE – Dynamique des structures, 2005

## TABLE DES MATIÈRES

<b>Avant-propos</b> . . . . .	13
<b>CHAPITRE 1. Notions de probabilités et de statistiques</b> . . . . .	15
1.1. Du rôle des probabilités en génie civil . . . . .	15
1.2. Description des incertitudes physiques et statistiques . . . . .	16
1.3. Axiomes de la théorie des probabilités . . . . .	17
1.3.1. Probabilités. . . . .	17
1.3.2. Axiomatique . . . . .	17
1.3.3. Conséquences . . . . .	19
1.3.4. Probabilités conditionnelles . . . . .	19
1.4. Variables aléatoires – Lois . . . . .	22
1.4.1. Définitions . . . . .	22
1.4.2. Echantillonnage . . . . .	22
1.4.3. Fonction densité . . . . .	24
1.4.4. Paramètres caractéristiques . . . . .	25
1.4.4.1. Paramètres de position . . . . .	26
1.4.4.2. Paramètres de dispersion . . . . .	27
1.4.4.3. Paramètres de forme . . . . .	27
1.4.5. Variables conjointes . . . . .	29
1.4.6. Variables indépendantes . . . . .	30
1.4.7. Coefficient de corrélation . . . . .	30
1.4.8. Extension aux fonctions de variables aléatoires . . . . .	32
1.4.9. Moments et lois approchés . . . . .	34
1.5. Quelques variables aléatoires utiles. . . . .	35
1.5.1. Cas des variables discrètes . . . . .	35

6 Approche probabiliste de la performance

- 1.5.1.1. Loi binomiale . . . . . 36
- 1.5.1.2. Loi géométrique . . . . . 36
- 1.5.1.3. Loi de Poisson . . . . . 38
- 1.5.2. Loi normale . . . . . 39
- 1.5.3. Loi lognormale . . . . . 40
- 1.5.4. Loi Beta. . . . . 42
- 1.5.5. Loi exponentielle . . . . . 43
- 1.5.6. Loi Gamma . . . . . 44
- 1.5.7. Loi de Student . . . . . 44
- 1.6. Théorèmes limites . . . . . 45
  - 1.6.1. Lois des grands nombres. . . . . 46
  - 1.6.2. Théorèmes limites . . . . . 48
- 1.7. Description des variables aléatoires . . . . . 51
  - 1.7.1. Estimation ponctuelle . . . . . 53
  - 1.7.2. Estimation par intervalle de confiance. . . . . 56
    - 1.7.2.1. Estimation de la moyenne. . . . . 57
    - 1.7.2.2. Estimation de la variance . . . . . 58
  - 1.7.3. Cas particulier de l'estimation des fractiles. . . . . 59
    - 1.7.3.1. Méthode de l'ordonnement . . . . . 59
    - 1.7.3.2. Méthode de l'encadrement . . . . . 60
  - 1.7.4. Cas particulier de l'estimation des lois . . . . . 61
- 1.8. Lois de valeurs extrêmes . . . . . 64
- 1.9. Tests d'hypothèses . . . . . 71
  - 1.9.1. Erreurs et risques . . . . . 73
  - 1.9.2. Tests usuels . . . . . 74
    - 1.9.2.1. Tests de comparaison . . . . . 74
    - 1.9.2.2. Tests d'adéquation . . . . . 76
- 1.10. Analyse bayésienne . . . . . 79
- 1.11. Processus stochastiques . . . . . 83
  - 1.11.1. Rappels sur les processus stochastiques . . . . . 83
  - 1.11.2. Chaînes de Markov . . . . . 84
  - 1.11.3. Probabilités d'état . . . . . 86
  - 1.11.4. Temps de passage entre états . . . . . 87

- CHAPITRE 2. Sécurité structurale, performance et risque . . . . . 91**
  - 2.1. Introduction. . . . . 91
  - 2.2. Sécurité et risque. . . . . 92
    - 2.2.1. Notion de sécurité. . . . . 92
    - 2.2.2. Notion de risque liée à un danger ou une menace . . . . . 93
    - 2.2.3. Evaluation du risque . . . . . 94



2.2.4. Aléas . . . . .	95
2.3. Mesure du risque et risque acceptable . . . . .	98
2.3.1. Mesure du risque . . . . .	98
2.3.2. Notion de risque acceptable . . . . .	99
2.3.2.1. Risque tolérable. . . . .	101
2.3.2.2. Optimisation économique. . . . .	104
2.4. Gestion du risque . . . . .	107
2.4.1. Stratégies . . . . .	107
2.4.2. Analyse de risque . . . . .	108
2.4.3. Le point de vue juridique d'une approche basée sur le risque . . . . .	115
2.5. Exemples de défaillances observées : le cas des ponts . . . . .	117
2.6. De la notion de sécurité à celle de performance . . . . .	122
2.6.1. Fonctions d'un ouvrage . . . . .	122
2.6.2. Performance . . . . .	124
2.6.2.1. Durée de projet . . . . .	124
2.6.2.2. Sécurité structurale. . . . .	125
2.6.2.3. Aptitude au service, aptitude à l'emploi . . . . .	128
2.6.2.4. Cas de la fatigue . . . . .	129
2.6.2.5. Durabilité . . . . .	129
2.6.2.6. Etats limites . . . . .	131
2.6.3. Evolution des fonctions d'une structure. . . . .	132
2.6.3.1. Perte de fonctions initiales . . . . .	132
2.6.3.2. Vieillessement. . . . .	132
2.6.3.3. Environnement (actions externes) . . . . .	132
2.6.3.4. Erreurs et actions humaines. . . . .	133
2.6.3.5. Changement de fonction . . . . .	133
2.6.3.6. Extension de la durée d'utilisation. . . . .	133
2.6.4. Conséquences de l'évolution de la performance . . . . .	133
2.6.5. Généralisation de la notion de risque . . . . .	134
2.7. Erreurs humaines . . . . .	135
<b>CHAPITRE 3. Méthodes d'évaluation de la performance . . . . .</b>	<b>139</b>
3.1. Méthodes d'analyse de la sécurité structurale. . . . .	139
3.1.1. Principe des contraintes admissibles . . . . .	142
3.1.2. Etats limites et coefficients partiels . . . . .	143
3.1.2.1. Etats limites de performance . . . . .	143
3.1.2.2. Vérification de la sécurité. . . . .	144
3.1.3. Approche probabiliste . . . . .	146
3.2. Principes de sécurité des constructions. . . . .	148
3.2.1. Sécurité structurale des ouvrages neufs . . . . .	150

3.2.2. Sécurité structurale des ouvrages existants . . . . .	150
3.3. Mesures de sécurité et invariance . . . . .	151
3.4. Introduction à la théorie de la fiabilité . . . . .	154
3.4.1. Le problème de base . . . . .	154
3.4.2. Intégrale de convolution . . . . .	154
3.4.3. Cas de variables normales . . . . .	156
3.4.4. Expression géométrique de l'indice de fiabilité . . . . .	158
3.4.5. Représentation sous forme de loi conjointe. . . . .	160
3.4.6. Généralisation à un état limite à plus de deux variables normales non corrélées . . . . .	161
3.4.7. Généralisation à un état limite avec variables corrélées . . . . .	163
3.5. Formulation générale de la fiabilité. . . . .	165
3.5.1. Élément de défaillance – mode de défaillance . . . . .	165
3.5.2. Marges de sécurité – fonctions d'état limite . . . . .	166
3.5.3. Méthodes de calcul . . . . .	167
3.5.4. Indice de Basler-Cornell . . . . .	168
3.5.5. Indice d'Hasofer Lind . . . . .	174
3.5.6. Algorithme de Rackwitz-Fiessler. . . . .	177
3.5.7. Transformations. . . . .	178
3.5.8. Calcul de la probabilité de défaillance. . . . .	184
3.5.9. Méthodes de Monte-Carlo. . . . .	187
3.5.10. Surfaces de réponse . . . . .	191
3.5.10.1. Concepts de base . . . . .	192
3.5.10.2. Choix du degré du polynôme . . . . .	192
3.5.10.3. Plans d'expérience . . . . .	193
3.5.10.4. Détermination des coefficients des surfaces de réponse . . . . .	194
3.5.10.5. Algorithme de construction des surfaces de réponse . . . . .	195
3.5.10.6. Calcul au second ordre de la probabilité de défaillance . . . . .	196
3.5.11. Facteurs d'importance . . . . .	199
3.6. Fiabilité des systèmes . . . . .	203
3.6.1. Concepts mathématiques . . . . .	206
3.6.1.1. Fonction structurale . . . . .	206
3.6.1.2. Représentations formelles des systèmes . . . . .	208
3.6.1.3. Réseau de fiabilité, redondance . . . . .	212
3.6.1.4. Redondance . . . . .	215
3.6.2. Calcul des probabilités de défaillance des systèmes. . . . .	215
3.6.2.1. Probabilité de défaillance d'un système en série . . . . .	215
3.6.2.2. Calcul des probabilités de défaillance de systèmes parallèles . . . . .	219
3.6.3. Robustesse et vulnérabilité . . . . .	221
3.7. Calibration de coefficients partiels . . . . .	223

3.8. Nature d'un calcul probabiliste . . . . .	230
3.9. Probabilités de défaillance et risques acceptables . . . . .	231
3.9.1. Probabilités de défaillance acceptables . . . . .	231
3.9.2. Notion de risque acceptable . . . . .	236
3.9.3. Remarques . . . . .	239
<b>CHAPITRE 4. Evaluation structurale des structures existantes . . . . .</b>	<b>241</b>
4.1. Introduction. . . . .	241
4.2. Les règles utilisées dans l'évaluation. . . . .	242
4.3. Les limites de l'utilisation des règlements de conception. . . . .	243
4.4. Les étapes de l'évaluation d'un ouvrage existant. . . . .	244
4.5. Evaluation de la sécurité structurale . . . . .	246
4.5.1. Concept de base . . . . .	246
4.5.2. Première approche . . . . .	247
4.5.3. Deuxième approche. . . . .	249
4.5.4. Troisième approche. . . . .	251
4.5.5. Quatrième approche . . . . .	258
4.5.5.1. Inspections quantitatives . . . . .	260
4.5.5.2. Inspections qualitatives . . . . .	263
4.5.6. Mise en œuvre des indicateurs . . . . .	265
4.6. Remarques sur les méthodes. . . . .	267
<b>CHAPITRE 5. Spécificités des ouvrages existants . . . . .</b>	<b>269</b>
5.1. Actions . . . . .	269
5.1.1. Introduction . . . . .	269
5.1.2. Modélisation des fluctuations temporelles . . . . .	272
5.1.2.1. Rappels sur les processus stochastiques . . . . .	272
5.1.2.2. Fiabilité temporelle. . . . .	278
5.1.2.3. Dépassements de niveau . . . . .	278
5.1.2.4. Etude des maxima . . . . .	280
5.1.2.5. Modèle de fiabilité poissonnien . . . . .	282
5.1.2.6. Modèle de fiabilité par étude des maxima . . . . .	284
5.1.2.7. Période de retour . . . . .	285
5.1.2.8. Prise en compte du temps dans les études en fiabilité . . . . .	288
5.1.3. Modélisation des fluctuations spatiales . . . . .	290
5.1.4. Combinaisons d'actions . . . . .	291
5.1.5. Actions permanentes . . . . .	294
5.1.5.1. Charges de poids propre. . . . .	294
5.1.5.2. Charges de précontrainte . . . . .	296

5.1.6. Actions variables . . . . .	297
5.1.6.1. Charges de plancher . . . . .	297
5.1.6.2. Charges de trafic . . . . .	300
5.1.7. Actions naturelles . . . . .	304
5.1.7.1. Charges de neige . . . . .	305
5.1.7.2. Charges dues au vent . . . . .	307
5.1.7.3. Actions gravitationnelles . . . . .	318
5.1.7.4. Action sismique. . . . .	318
5.1.8. Actions exceptionnelles . . . . .	332
5.1.8.1. Impacts . . . . .	332
5.2. Résistances . . . . .	334
5.2.1. Propriétés des matériaux et incertitudes . . . . .	336
5.2.2. Propriétés des armatures passives et de précontrainte . . . . .	338
5.2.3. Propriétés de pièces métalliques . . . . .	344
5.2.4. Propriétés statistiques du béton . . . . .	345
5.3. Variabilités géométriques . . . . .	352
5.4. Effets d'échelle . . . . .	355

**CHAPITRE 6. Principes de la théorie de la décision . . . . . 359**

6.1. Introduction . . . . .	359
6.2. Le modèle décisionnel . . . . .	360
6.2.1. Arbre de décision . . . . .	360
6.2.2. Critère décisionnel . . . . .	364
6.2.3. Analyse décisionnelle terminale . . . . .	366
6.2.4. Valeur de l'information . . . . .	368
6.3. Contrôles et inspections . . . . .	369
6.3.1. Probabilité de détection : cas discret . . . . .	372
6.3.2. Probabilité de détection : cas continu . . . . .	380
6.3.3. Cas particulier des épreuves de chargement . . . . .	387
6.4. Optimisation de la maintenance . . . . .	390
6.4.1. Identification des dégradations et des modes de défaillance . . . . .	393
6.4.2. Processus décisionnel et analyse RBI . . . . .	395
6.4.3. Types de maintenance . . . . .	396
6.4.3.1. Maintenance corrective . . . . .	397
6.4.3.2. Maintenance préventive . . . . .	397
6.5. Définition d'une analyse de coûts de cycle de vie . . . . .	397
6.5.1. Principes du calcul actuariel . . . . .	398
6.5.2. Taux d'actualisation . . . . .	400
6.5.3. Quelques résultats de calcul actuariel . . . . .	403
6.5.4. Condition, durée de service et cycles de vie . . . . .	405

6.6. Stratégies de maintenance . . . . .	410
6.6.1. Maintenance corrective . . . . .	410
6.6.2. Maintenance systématique. . . . .	412
6.6.3. Maintenance conditionnelle . . . . .	413
<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>419</b>
<b>Index . . . . .</b>	<b>429</b>

## AVANT-PROPOS

*Rien n'est moins sûr que l'incertain.  
Pierre Dac, L'os à moelle*

Le développement de méthodes efficaces et pertinentes pour l'évaluation et la gestion des ouvrages est devenu aujourd'hui un challenge important. Les enjeux économiques, sociétaux et environnementaux attachés constituent une préoccupation croissante pour les maîtres d'ouvrages publics ou privés. Le besoin pour des approches pertinentes et efficaces, permettant la prise en compte des incertitudes dans les chargements, la géométrie, les propriétés des matériaux, la fabrication et la mise en œuvre et les conditions d'exploitation, se fait largement sentir. La théorie de la fiabilité qui repose sur une formulation probabiliste de la performance des constructions répond conceptuellement de façon adaptée à ces questions. Néanmoins, elle soulève des difficultés tant sur le plan théorique, numérique que pratique. Elle constitue cependant une alternative originale à la requalification des ouvrages.

Ce livre a été conçu pour fournir aux étudiants, aux ingénieurs, aux chercheurs un panorama des méthodes à leur disposition pour mettre en œuvre une approche probabiliste de la performance des structures dans le cadre de leurs activités. Il est le produit de plusieurs enseignements donnés en écoles d'ingénieurs ou en formation continue. Aussi, il présente les différents concepts au travers d'exemples pouvant être réalisés pour la plupart *à la main*. Basés dans la mesure du possible sur des exemples concrets, ils cherchent autant à illustrer les approches théoriques qu'à démontrer leur intérêt et mise en œuvre pratique. Ce texte n'a donc pas pour vocation d'être un cours sur la théorie de la fiabilité ou un ouvrage technique sur l'évaluation de la performance des structures. Il se situe entre les deux faisant aussi souvent des incursions dans le champ des concepts théoriques, que des problèmes pratiques posés dans l'évaluation des ouvrages.

Ce livre est divisé en six chapitres. Le lecteur sera peut-être surpris de trouver un long chapitre (chapitre 1) de rappels de probabilités et de statistiques. Cette position

première dans ce livre est incontournable pour sensibiliser le lecteur à la nécessité de disposer d'un minimum de connaissances théoriques dans ce domaine pour aborder de manière sereine les chapitres suivants. Le chapitre 2 présente toute une série de concepts sur le risque et la performance. Il synthétise les concepts fondateurs sur lesquels les autres chapitres s'appuient. Les chapitres 1 et 2 forment la colonne vertébrale de ce livre, les autres chapitres n'étant que des prolongements ou des ramifications des concepts abordés. Le chapitre 3 introduit la théorie de la fiabilité. Son ambition n'est pas de faire une présentation aussi exhaustive que possible de ses éléments théoriques mais d'explicitier sa mise en œuvre pratique. Il est donc destiné aux étudiants, ingénieurs et chercheurs qui, au travers des problèmes qu'ils étudient, souhaitent traduire leurs cadres d'études dans celui de la théorie de la fiabilité des structures. Le chapitre 4 insiste sur la définition d'indicateurs de performance, sur leur mise en œuvre pratique. Dans une certaine mesure, il fait le lien entre les concepts probabilistes de la théorie de la fiabilité des structures et les problèmes d'évaluation de la performance des ouvrages. Ce type d'étude nécessitant une description probabiliste des variables de calcul, le chapitre 5 propose donc divers modèles et données permettant de réaliser une étude de performance *a priori* qu'il conviendra d'actualiser au fur et à mesure de l'amélioration des connaissances. Le livre se clôt sur un chapitre (chapitre 6) consacré à la théorie de la décision. Y sont présentés toute une série de concepts sur la maintenance et l'inspection, leurs apports, leur intégration dans l'évaluation de la performance et leur aide pour la prise de décision dans le cadre de la gestion des structures et des ouvrages.

Ce texte est le fruit de nombreux échanges et collaborations, françaises et étrangères. La liste serait trop longue, au risque d'oublier des noms : qu'ils soient assurés de ma plus sincère reconnaissance. Je voudrais néanmoins adresser des remerciements directs à C. Bois du Conseil général des Ponts et Chaussées, T. Kretz et J. Raoul du Service d'études sur les transports, les routes et leurs aménagements, B. Godart, B. Mahut, A. Orcesi, A. Patron (aujourd'hui *Consultora Mexicana de Ingenieria*) et M. Thiery du Laboratoire central des Ponts et Chaussées pour leurs encouragements et leurs conseils dans l'introduction et le développement d'une approche probabiliste de la performance des structures pour l'évaluation et la gestion des ponts existants. Plusieurs anciens étudiants ont aussi largement contribué à façonner ce livre : G. Byrne, M. Lukic, S. Mohammadkhani, O. Rasson, B. Richard, C. Santerelli, H. Sempere. Leur apport est considérable dans sa genèse.

Je voudrais enfin remercier mon épouse Françoise pour sa patience et ses encouragements pendant les week-ends et congés consacrés à l'écriture de ce livre.

Le développement de méthodes efficaces pour l'évaluation et la gestion des ouvrages est devenu un challenge important. Les enjeux économiques, sociétaux et environnementaux associés constituent une préoccupation croissante pour les maîtres d'ouvrages publics ou privés.

Des outils pertinents, permettant la prise en compte des incertitudes dans les chargements, la géométrie, les propriétés des matériaux, la fabrication et la mise en œuvre et les conditions d'exploitation, sont désormais indispensables.

Cet ouvrage offre aux étudiants, aux ingénieurs ou aux chercheurs un panorama des méthodes à leur disposition pour mettre en œuvre une approche probabiliste de la performance des structures dans le cadre de leurs activités. Il présente les différents concepts au travers d'exemples pouvant être réalisés pour la plupart à la main. Basés dans la mesure du possible sur des cas concrets, ils cherchent autant à illustrer les approches théoriques qu'à démontrer leur intérêt et leur mise en œuvre pratique.

### *L'auteur*

Christian Cremona est chef de la mission génie civil et construction à la Direction de la recherche et de l'innovation du MEEDDM. Ses recherches portent sur le développement de méthodes pour l'évaluation et la maintenance des ouvrages, le comportement et la surveillance vibratoire des ponts. Il a reçu en 2003 le prix de l'Association Française de Génie Civil, et en 2004 le prix de l'International Association for Bridge and Structural Engineering.